

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

im Jahre 1900.

Zweiter Jahrgang.

Im Auftrage der Gesellschaft herausgegeben

von

Arthur König.



Leipzig, 1900.
Verlag von Johann Ambrosius Barth.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Inhaltsverzeichnis.*)

*) An den durch die fettgedruckten Seitenzahlen bezeichneten Stellen finden sich ausführlichere Mitteilungen über die betreffenden Gegenstände.

Jahrg. 2. **Nr. 1.**

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Diese Zeitschrift erscheint je nach Bedarf und ist zum Preise von 4 Mark jährlich zu beziehen durch die Buchhandlungen, Postanstalten, sowie von der Verlagsbuchhandlung JOHANN AMBROSIUS BARTH in Leipzig.

Sitzung vom 5. Januar 1900.

Vorsitzender: Hr. E. WARBURG.

Vor Eintritt in die Tagesordnung ertheilt der Vorsitzende Hrn. **P. Drude** das Wort zu folgender Ansprache:

Meine Herren! Hr. Prof. EILHARD WIEDEMANN hat die Redaction der Annalen kürzlich niedergelegt. Die Wahl als Hauptredacteur ist auf mich gefallen. Ich habe die Wahl angenommen, obwohl ich mir der Schwierigkeit meiner Aufgabe bewusst bin. Die Hauptstütze zur Erfüllung derselben sehe ich in der weitern regen Mitarbeit der Deutschen Physikalischen Gesellschaft und daher bitte ich Sie, meine Herren, dass Sie auch mir Ihr volles Vertrauen schenken. Ich werde nach Kräften bemüht sein, dasselbe zu rechtfertigen.

Hr. E. WARBURG legt darauf eine Abhandlung des Hrn. **Edm. van Aubel** vor

sur les conductibilités électriques et thermiques des métaux.

Hr. **J. Elster** hält dann einen längern von vielen Demonstrationen begleiteten Vortrag

über Becquerel-Strahlen

und berichtet dabei gleichzeitig über die neuern Arbeiten des Hrn. **F. Giesel**

über Radium-Baryum-Salze und deren Strahlen.

Lebhafter Beifall wird von der sehr zahlreich besuchten Versammlung, zu der die Mitglieder der Deutschen Chemischen Gesellschaft, des Electrotechnischen Vereins und des Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts als Gäste geladen waren, dem Vortragenden für seine interessanten Ausführungen gespendet.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. O. Berg, Assistent am Physikalischen Institut der Universität in Freiburg i. B.

Hr. Dr. M. Maier in Schanfling bei Deggendorf.

Hr. Dr. B. Donath in Charlottenburg, Stuttgarterplatz 16.

Durch ein bedauerliches Versehen ist im vorigen Jahrgang dieser Verhandlungen die Mittheilung ausgefallen, dass auch

Hr. Dr. H. Krüss in Hamburg, Adolfsbrücke 7

als Mitglied in die Gesellschaft aufgenommen worden ist. Sein Name ist daher in der letzten Mitgliederliste zwischen No. 219 und 220 einzufügen.

Sur les conductibilités électriques et thermiques des métaux;

par Edm. van Aubel.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 5. Januar 1900.)

(Vergl. oben Seite 1.)

J'ai lu avec grand intérêt l'important mémoire que Messieurs le Professeur W. Jaeger et le Docteur H. Diesselhorst ont publié récemment dans Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften, Berlin, sur les conductibilités électriques et thermiques de quelques métaux et dont ces deux savants ont rendu compte à la Société de physique de Berlin.

Toutefois je prie la Société de physique de Berlin de m'autoriser à présenter quelques observations au sujet de ce mémoire.

1º. L'une des conclusions, à savoir que la proportionnalité entre les conductibilités électriques et thermiques ne se vérifie pas pour les alliages, a été déjà établie dans un travail publié par moi, en collaboration avec Monsieur R. Paillot, dans le Journal de physique, 3e série, tome 4, p. 522; 1895. Le bronze d'aluminium, le constantan et le ferronickel avaient été alors étudiés. Le mémoire de Monsieur L. Cellier (Wiedemann, Annalen der Physik, tome 61, p. 511; 1897) a montré qu'il en était de même pour les diverses espèces de carbone, et celui de F. A. Schulze (Wiedemann, Annalen der Physik, tome 63, numéro 13, p. 23; 1897) a prouvé que la même conclusion s'appliquait aux divers échantillons de fer.

2º. Monsieur Fr. Weber a publié en 1880 (G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, 2e édition, page 521; 1893) un travail sur la loi de G. Wiedemann et Franz, duquel il résulte que le quotient $\frac{k_\omega}{ke}$ n'est pas constant, mais diminue lorsque la chaleur spécifique diminue. On aurait, d'après ce

physicien, un accord satisfaisant entre le calcul et les expériences en employant la formule:

$$\frac{k_\omega}{k_e} = 10^4\,(0{,}0880 + 0{,}1365\,c).$$

Il est facile de s'assurer que le résultat de Monsieur Fr. Weber n'est pas confirmé par les soigneuses mesures de M. M. W. Jaeger et H. Diesselhorst, ainsi que le prouve le tableau suivant dans lequel les métaux sont rangés dans l'ordre décroissant du rapport $\frac{k_\omega}{k_e}$, tandis que l'on a inscrit, à côté du nom de chaque métal, la valeur de sa chaleur spécifique.

constantan	0.42
bismuth	0.12
fer	0.44
»Rothguss«	0.38
platine	0.13
palladium	0.24
étain	0.22
or	0.13
plomb	0.13
cadmium	0.23
nickel	0.45
argent	0.24
zinc	0.38
cuivre	0.38
aluminium	0.90

3º. On peut dire que la loi de G. Wiedemann et Franz ne se vérifie que pour les métaux purs bons conducteurs (voir la conclusion de mon travail publié en 1895). Je me propose actuellement à mon laboratoire d'étudier l'influence de la température sur la conductibilité thermique des métaux et des alliages, par la méthode du mur, en employant un appareil analogue à celui dont Monsieur A. Berget s'est servi pour la mesure de la conductibilité calorifique du mercure.

Je ne manquerai pas de rendre compte de mes résultats à la Société de physique de Berlin.

Über Becquerelstrahlen; von J. Elster.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 5. Januar 1900.)

(Vergl. oben Seite 1.)

In das von mir gegebene Referat über Becquerelstrahlen waren einige bislang noch nicht veröffentlichte, von GEITEL und mir gewonnene Versuchsergebnisse eingeflochten, über die hier kurz berichtet werden soll.

Bekanntlich ist die magnetische Ablenkung der Becquerelstrahlen kürzlich von GIESEL*) nachgewiesen. Legt man horizontal auf die Pole eines kräftigen Elektromagneten den Leuchtschirm und hält einige Centimeter darunter oder darüber ein Polonium- oder Radiumpräparat, so dunkelt im Momente des Stromschlusses die eine Hälfte des Schirmes ab, während die andere aufhellt. Beim Stromwechsel wird die dunkle Partie des Schirmes hell und die früher helle dunkel. Der Sinn der Ablenkung geht in den entgegengesetzten über, wenn das Präparat anstatt unterhalb des Schirmes über demselben angebracht wird. Wie wir früher**) an dieser Stelle mitteilten, war es uns nicht geglückt, eine Einwirkung magnetischer Kräfte auf Becquerelstrahlen am Leuchtschirm zu konstatieren. Der Grund dieses Misserfolges konnte in der Versuchsanordnung, wie auch in der Natur der strahlenden Substanz liegen. Da Hr. GIESEL vor einiger Zeit eine Quantität (ca. 0,2 g) stark aktiven Wismuths (Polonium) dargestellt hatte, so benutzten wir diese zur Wiederholung des Versuches. Wir füllten ein kleines Schälchen mit dieser Substanz und brachten dieses in

---

*) F. GIESEL. Wied. Ann. **69**. p. 834. 1899.

) J. ELSTER u. H. GEITEL. Diese Verhandl. **1. No. 7. 5. Mai 1899.

einen cylindrischen Glasrecipienten mit abgeschliffenem Rande. Auf diesen kitteten wir ein Glimmerblättchen, das eben stark genug war, dem Luftdrucke zu widerstehen. Diesem Blättchen lag der Leuchtschirm auf. Im Dunkeln zeigte sich, dem Lumen des Recipienten entsprechend, ein kreisrunder, leuchtender Fleck von etwa 1 cm Durchmesser. Nach Herstellung eines möglichst hohen Vacuums erregten wir ein kräftiges magnetisches Feld, dessen Kraftlinien die etwa 4 cm langen Poloniumstrahlen senkrecht schnitten. Im Momente des Stromschlusses dunkelte der leuchtende Phosphorescenzfleck vollständig ab. Diese Wirkung blieb aus, als wir das Poloniumpräparat durch das an sich weit minder aktive Radiumpräparat ersetzten, das zu den früheren Versuchen gedient hatte. Die von aktivem Wismuth ausgehenden Strahlen scheinen daher weniger steif, wie die des Radiums zu sein. In jedem Falle ist aber die Erscheinung im freien Raume leichter zu beobachten, als bei der beschriebenen Versuchsanordnung, da in diesem Falle auch die Radiumstrahlen eine unverkennbare Einwirkung des magnetischen Feldes zeigten.*)

*) Hr. Dr. GIESEL hatte für den Vortragsabend sein neuestes Brombaryumpräparat, das 2.3 g Substanz enthielt, gütigst zur Verfügung gestellt. Mit diesem, das alle übrigen bislang von Dr. GIESEL gewonnenen an Aktivität weit übertrifft, gelang es Hrn. WARBURG, am folgenden Morgen mittels passender Bleiblenden einen wohldefinierten Strahl von 10—15 cm Länge zu erzeugen und dessen Ablenkung im Magnetfelde zu studieren. Das Versuchsergebnis bestätigte das Resultat der Hrn. STEFAN MEYER und E. v. SCHWEIDLER, die eine Ablenkung der Becquerelstrahlen im Magnetfelde im Sinne einer negativen Elektricitätsbewegung feststellten. (Phys. Ztschrft. No. 10, p. 113, 1899.) Die von Hrn. WARBURG getroffene Anordnung war die folgende: Das Präparat wurde in ein Bleikistchen von 6 mm Wandstärke gelegt, dessen obere Öffnung durch eine Bleiplatte mit einem kreisförmigen Loche von etwa 12 mm Durchmesser geschlossen wurde. Das Kästchen befand sich etwa 10—12 cm vertical unterhalb der Pole eines kräftigen RHUMKORFF-schen Elektromagneten, die horizontal von dem Leuchtschirm überdeckt waren. Im Moment des Stromschlusses dunkelte auch hier der Schirm ganz ab. Beim Kippen des Schirmes in eine solche Lage, dass er nunmehr sich schräg an die Pole anlegte, fand sich der beträchtlich verschobene Phosphorescenzfleck wieder. Die Verschiebung erfolgte in der That, wie eine Polbestimmung des Elektromagneten ergab, im Sinne einer negativen Elektricitätsbewegung im Strahle.

Versuche mit Radiumpräparaten bei höheren Temperaturen dürften auf Schwierigkeiten führen, da diese Substanzen gegen Erhitzung empfindlich sind und leicht einen Teil ihrer Strahlungsfähigkeit dauernd einbüssen. Es scheinen die Radiumpräparate in der That einen aktiven flüchtigen Bestandteil zu enthalten. Dies zeigt sich, sobald man im Vacuumrohr etwas aktives Brombaryum entwässert. Ein gekühlter, in das Rohr eingeführter Glaskörper beschlägt alsdann mit einem kaum sichtbaren Befluge, der aber den Leuchtschirm zu nicht geringerem Leuchten anregt, als die Substanz, aus der er gewonnen. Nach einigen Tagen ist die Radioaktivität dieses Befluges, die anfänglich im Verhältnis zur Menge der strahlenden Substanz als gross bezeichnet werden muss, verschwunden. Wir glaubten daher zunächst der von den CURIE's*) entdeckten inducierten Strahlung gegenüber zu stehn, doch erwies sich diese Voraussetzung als unzutreffend, da Abwaschen des Befluges jede Strahlungsfähigkeit vernichtete.

Auch die von Hrn. GIESEL**) dargestellten, anfänglich äusserst wirksamen Poloniumpräparate zeigen ein derartig schnelles Abklingen, so dass der Verdacht nahe liegt, dass die radioaktiven Stoffe ihre Fähigkeit, Becquerelstrahlen auszusenden, um so schneller verlieren, je weiter die Anreicherung an strahlender Substanz fortschreitet.

Durch andauerndes Erhitzen im Vacuum (24 Stunden im schwerschmelzbaren Rohre) die Radioaktivität von Baryumbromid zu zerstören, ist uns nicht gelungen. Die Strahlung erscheint zwar unmittelbar nach dem Erkalten des Rohres stark herabgesetzt, doch erholen sich nach Ablauf einiger Tage die Präpa-

---

Die vom Vortragenden ausgesprochene Vermutung, dass die von Hrn. JAUMANN entdeckte und von Hrn. WARBURG auf ihre wahre Ursache zurückgeführte Verspätung der Funkenentladung unter dem Einflusse der Becquerelstrahlung nicht zustande kommen würde, fand Hr. WARBURG unter Verwendung des von ihm im 17. Jahrgange (No. 8) der Verhandlungen der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin beschriebenen Apparates bestätigt. Hierbei hatten die von dem (besten) GIESEL'schen Präparate ausgehenden Becquerelstrahlen eine dicke Glaswand zu passiren, um zu der Funkenstrecke zu gelangen.

*) P. u. S. CURIE. C. R. **129.** p. 714. 1899.

) F. GIESEL. Wied. Ann. **69. p. 91. 1899.

rate insoweit, als sie fast die anfängliche Intensität der Strahlung wieder aufweisen.

Führt man derartige Erhitzungen in freier Luft aus, indem man etwa eine Spur einer radioaktiven Substanz an einem Platindrahte in einer Bunsenflamme verdampft, so erhöht sich dadurch die elektrische Zerstreuung der Luft im Beobachtungsraume beträchtlich, wovon man sich mittels des von uns zur Bestimmung der Elektricitätszerstreuung in der freien Atmosphäre konstruierten Apparates*) überzeugen kann.

---

*) J. ELSTER u. H. GEITEL. Physik. Ztschrft. No. 1—2. p. 11. 1899.

Einiges über Radium-Baryum-Salze und deren Strahlen;

von F. Giesel.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 5. Januar 1900.)

(Vergl. oben S. 1.)

1. Wird eine geringe Menge einer gewöhnlichen Wismuthchloridlösung zu einer Lösung von stark activem Baryum-Chlorid oder -Bromid hinzugefügt und das Wismuth durch Schwefelwasserstoff gefällt, so wird dieses Wismuthsulfid activ, wie schon am Leuchtschirm zu erkennen ist. Da weder das angewendete active Baryumsalz mit Schwefelwasserstoff einen fällbaren Stoff erkennen liess, also kein Polonium enthalten konnte, noch in dem activ gewordenen Wismuthsulfid Baryum nachzuweisen war, so scheint hier eine ähnliche Uebertragung der Radioactivität vorzuliegen, wie dieselbe kürzlich[1]) von Curie beschrieben ist. Ausgeschlossen bleibt freilich nicht, dass doch äusserst geringe Spuren von activen Baryum, das sich dem chemischen Nachweis entzieht, vom Wismuthsulfid mitgerissen wurden.

2. Ich habe früher[2]) ein aus activem Baryumsalz bereitetes grüngelbes Baryumplatincyanür beschrieben, das sich durch die Einwirkung der eigenen Strahlen zunächst gelb, dann orange und schliesslich braunrot färbt. Diese Färbung ist aber nur an einem Haufen solcher Krystalle zu beobachten. Ein einzelner Krystall erscheint vielmehr in der Durchsicht hellgelb und kaum anders gefärbt als das gewöhnliche Baryumplatincyanür. Bei Kreuzung zweier Krystalle jedoch wird nur braunrotes Licht hindurchgelassen. Dass wir es hier mit einer Polarisationserscheinung analog der am Turmalin beobachteten zu thun haben, ergiebt die Prüfung mit dem Nicol. In einer Hauptlage erscheint der Krystall im durchfallenden Lichte citronengelb, dreht man den Nicol um 90°, jedoch blutrot.

---

[1]) P. u. S. Curie, Académie des Sciences. Sitzung v. 6. Nov. 1899.

[2]) F. Giesel, Wied. Ann. **69**. S. 91. 1899.

Das gewöhnliche wie auch das frisch kristallisirte active Baryumplatincyanür geben keine derartige Polarisation.

3. Setzt man Steinsalz oder Bromkalium der direkten Einwirkung von Radiumstrahlen aus, so nehmen dieselben nach einigen Tagen schwach dieselben Färbungen an, wie solche durch Kathodenstrahlen oder auch durch Einwirkung von Alkalimetalldämpfen[1]) erzielt werden.

Sind bei den letzteren gefärbten Salzen Spuren von Alkalimetallen in Form einer festen Lösung die Veranlassung der Färbung, so wäre den Radiumstrahlen eine gleiche chemische Wirkung zuzuschreiben. Es würde hiermit auch in sehr gutem Einklang stehen, dass, wie ich beobachtet habe, stark actives Baryumbromid, welches in einem geschlossenen Gefässe aufbewahrt wird und ebenfalls eine gelbliche Färbung angenommen hat, beim Oeffnen einen schwachen Bromgeruch erkennen lässt.

Beim Chlorid habe ich unter gleichen Verhältnissen nur einen schwachen Salzsäuregeruch wahrnehmen können. Ozongeruch, wie Herr und Frau CURIE angeben, habe ich nicht bemerken können.

Braunschweig, Dezember 1899.

---

[1]) F. GIESEL. Ber. der deutsch. chem. Gesellschaft. **30.** p. 156. 1897.

Druck von A. Haack, Berlin.

Jahrg. 2. Nr. 2.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 19. Januar 1900.[1])

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Der Vorsitzende theilt mit, dass die Redaction der „Fortschritte der Physik“ Abtheilung I u. II mit dem 1. Januar d. J. von Hrn. Prof. Dr. R. Börnstein auf Hrn. Dr. K. Scheel (Wilmersdorf bei Berlin, Güntzelstr. 43) übergegangen ist, gedenkt mit warmen Worten der grossen Verdienste des Hrn. Börnstein um die Redaction der „Fortschritte“ und bittet schliesslich die Mitglieder der Gesellschaft, ihre Sonderabzüge etc. zum Zweck des Referirens künftig an die genannte Adresse des Hrn. Dr. K. Scheel senden zu wollen.

Hr. **H. Rubens** begrüsst die Anwesenden in seinen Räumen und
demonstrirt die Einrichtungen seines neuen Hörsaales unter Vorführung einiger Versuche,
darunter auch eines gemeinsam mit Hrn. **E. Aschkinass** ersonnenen
Vorlesungsversuches über die magnetische Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen.

Hr. **E. Aschkinass** zeigt
einen Vorlesungsversuch mit flüssiger Luft.

---

[1]) Während die Sitzungen sonst regelmässig in dem Physikalischen Institut der Universität stattfinden, hat sich diesmal die Gesellschaft auf Einladung des Hrn. Prof. Dr. H. Rubens in dem neuerbauten physikalischen Hörsaale der Technischen Hochschule versammelt.

Hr. E. WARBURG legt eine Mittheilung des Hrn. **W. Heuse** vor

über die Glimmentladung des Helium.

Hr. **H. du Bois** spricht dann nach gemeinsamer Arbeit mit Hrn. **O. Liebknecht**

über moleculare Susceptibilität der Salze seltener Erden.

Hr. M. PLANCK legt endlich eine Arbeit des Hrn. **N. Schmidt** (München) vor betreffend

eine Beobachtung an sensiblen Flammen.

Als Mitglied wird in die Gesellschaft aufgenommen:
Hr. Dr. LÜDELING in Potsdam, meteorologisches Institut.

Vorlesungsversuch über die magnetische Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen; *von H. Rubens und E. Aschkinass.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 19. Januar 1900.)
(Vergl. oben S. 11.)

Durch die Beobachtungen von GIESEL[1]) sowie von ST. MEYER und E. v. SCHWEIDLER[2]) ist die magnetische Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen neuerdings nachgewiesen worden. Die Versuchsanordnung der genannten Forscher brachte es jedoch mit sich, dass der thatsächliche Verlauf der Strahlen nur schwer zu übersehen war. Dieser Umstand veranlasste bereits die Hrn. WARBURG und ELSTER (wie wir durch mündliche Mitteilung erfuhren) die angewandte Untersuchungsmethode in der Art zu variiren, dass die Wirkung des magnetischen Feldes in noch eclatanterer Weise in die Erscheinung trat. Als Beobachtungsmittel diente in allen diesen Fällen der Leuchtschirm oder die photographische Platte.

Ein viel empfindlicheres Reagens für das Vorhandensein von Becquerelstrahlen bietet jedoch ihr Einfluss auf eine Funkenstrecke dar. Besonders geeignet schien uns nach unseren eigenen Versuchen die folgende von ELSTER und GEITEL[3]) angegebene Beobachtungsmethode zu sein: Eine stark gekrümmte positive Elektrode (abgerundeter Stab) steht einer negativen Elektrode von geringer Krümmung (z. B. Kugel von 25 mm Durchmesser) gegenüber. Dieselben sind mit einer Influenz-Elektrisirmaschine verbunden und so weit von einander entfernt, dass — bei nicht zu reichlicher Elektricitätszufuhr — gerade noch ein regelmässiger Funkenübergang stattfindet. Bei Annäherung einer radioactiven Substanz erlöschen dann die Funken und es tritt Glimmentladung ein. Ein Uebelstand dieser Methode besteht darin, dass die Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden sich ziemlich schnell

---

[1]) F. GIESEL, Wied. Ann. **69**, p. 834, 1899.

[2]) ST. MEYER und E. v. SCHWEIDLER, Physik. Ztschr. **1**, p. 113, 1899.

[3]) J. ELSTER und H. GEITEL, Wied. Ann. **69**, p. 673, 1899.

ändert, und dies hat zur Folge, dass eine Erneuerung ihrer Einstellung erforderlich wird und die Empfindlichkeit abnimmt. Man ist daher gezwungen die Elektroden häufig zu putzen.

Es gelang uns indessen durch eine geringe Abänderung, jenen Uebelstand zu beseitigen, ohne dass die Empfindlichkeit herabgesetzt wurde. Wir schalteten nämlich parallel jener ersten Funkenstrecke A eine zweite B, welche beiderseits von gleichgrossen Kugeln begrenzt wurde. Zunächst wird A so lang gemacht, dass gerade kein Funkenübergang mehr stattfindet; die Kugeln von B werden hierauf einander so weit genähert, dass zwischen ihnen stetig Funken übergehen. Wird nun A von activer Substanz bestrahlt, so erlöschen die Funken auch in B, während eine Bestrahlung von B keinen merklichen Einfluss besitzt

Mittels dieser Methode gelingt es nun leicht auch die magnetische Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen einem grossen Auditorium zu demonstrieren. Wir benutzten ein Radium-Präparat GIESEL'scher Herkunft von mittlerer Wirksamkeit. Damit ein einigermassen paralleles Strahlenbündel zustande käme, befand sich dasselbe im Innern eines starken, 5 cm weiten Bleirohres. Die Strahllänge innerhalb des letzteren betrug 12 cm. An der Rohrmündung waren zwei Zapfen befestigt, welche in die durchbohrten Polschuhe eines RUHMKORFF'schen Elektromagneten hineingesteckt wurden, so dass das Rohr um eine horizontale, in der Feldrichtung verlaufende Axe gedreht werden konnte. Die Verlängerung der Axe des Bleirohres traf in 20 cm Entfernung die Funkenstrecke A.

Zunächst wurde das Rohr in horizontaler Stellung festgelegt; weder in A noch in B traten Funken auf. Wurde nun aber der Magnet durch etwa vier Accumulatoren erregt, so entstand ein lebhaftes Funkenspiel in B. Denn die Strahlen wurden so stark abgelenkt, dass die Strecke A (bezw. die die letztere umgebende Luft) nicht mehr von ihnen getroffen wurde. (Controllversuche lehrten, dass es sich thatsächlich um eine Ablenkung der Strahlen handelte und nicht etwa um einen Einfluss des Feldes auf die in der Luft erzeugten Jonen). Indem man nun den Strahlen, welche das Bleirohr durchsetzten, durch Drehung des letzteren eine bestimmte, von der horizontalen abweichende Richtung gab, konnten die Funken wieder zum

Verschwinden gebracht werden. Wurde hierauf bei dieser neuen Stellung des Rohres der Magnetisirungsstrom geöffnet, so setzten die Funken von neuem ein, und ein Commutiren des Stromes machte eine Drehung des Rohres nach der entgegengesetzten Seite wie vorher erforderlich, um ein Verschwinden der Funken zu erzielen. Der Ablenkungssinn der Strahlen entsprach — in Uebereinstimmung mit den Resultaten der eingangs citierten Autoren — jedesmal der Richtung, in welchem sich negativ geladene Teilchen unter dem Einflusse eines magnetischen Feldes bewegen müssen. Der Betrag der erforderlichen Drehung des Rohres liess in Anbetracht der ziemlich geringen Feldstärke (200 — 300 C. G. S.) erkennen, dass die Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen eine sehr beträchtliche Grösse besitzt.

Charlottenburg, Physik. Inst. d. Techn. Hochsch., Januar 1900.

Ueber die Glimmentladung im Helium;
von W. Heuse.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 19. Januar 1900.)
(Vergl. oben S. 12.)

§ 1. Collie und Ramsay[1]) haben einige Versuche über die elektrische Entladung im Helium gemacht; nach ihnen „zeigt eine Plücker'sche Röhre die Erscheinungen einer Vakuumröhre schon bei gewöhnlichem atmosphärischem Druck.“

Im folgenden teile ich einige nähere Angaben über das Verhalten des Heliums bei der Glimmentladung mit. Das Gas wurde durch Erhitzen fein gepulverten Cleveit's gewonnen, getrocknet und durch heisses Kupferoxyd vom Wasserstoff befreit. Das benutzte Geissler'sche Rohr hatte 24 mm Durchmesser, 180 mm Länge. Die Kathode war ein Stahldraht von 2 mm Dicke.

§ 2. Ergebnisse: 1) Wenn bei Herabsetzung des Drucks in einem Geissler'schen Rohr die Funkenentladung in die Glimmentladung übergeht, so verbindet zuerst ein schmaler leuchtender Streifen die beiden Elektroden. Wird der Druck mehr und mehr verringert, so tritt zunächst der Faraday'sche dunkle Raum deutlich auf, mehr und mehr sich verlängernd, wobei der positive Büschel breiter und kürzer wird und sich alsdann in hinreichend weiter Röhre auf eine Lichthaut an der Anode zusammenzieht, um sich hierauf weiter zu verlängern und schliesslich in helle und dunkle Schichten zu zerfallen. Die Drucke, bei welchen die verschiedenen geschilderten Stadien der Glimmentladung auftreten, sind verschieden für die verschiedenen Gase, höher im Wasserstoff als im Stickstoff, höher im Helium als im Wasserstoff. Es wurden Photographien der Glimmentladung in Wasserstoff und Helium gezeigt, aus welchen dies hervorgeht. Bei einem Druck von 28,1 mm war der an die Röhrenwand anschliessende positive Büschel 114 mm, der

[1]) Ztschr. phys. Chem. 19, 701, 1896.

dunkle Raum 36 mm lang. Ungefähr dasselbe Bild zeigte Wasserstoff bei 3,9 mm Druck. Im Wasserstoff von 10,5 mm Druck hatte der positive Büschel die Glaswand noch nicht erreicht und erstreckt sich mit zugespitztem Ende beinahe bis an die Kathode, durch einen sehr kleinen dunklen Raum von dieser getrennt.

§ 3. 2) Hierunter folgen einige Angaben über den in der gewöhnlichen Weise mittelst Sonden bestimmten Potentialgradienten G in Volt per Centimeter im positiven ungeschichteten Licht im Helium.

Stromstärke $i = 0.52 \cdot 10^{-3}\ A$.

p	12.53	11.44	10.46	9.64	8.73	8.00	7.36	6.68	6.08	5.18
G	34.0	31.5	28.9	26.7	24.8	22.7	20.8	19.3	17.7	17.2
G/p	2.72	2.75	2.77	2.77	2.84	2.84	2.82	2.89	2.91	2.93

G/p nimmt, wie bei anderen Gasen, mit abnehmendem Druck zu, aber verhältnismässig wenig.

Die folgende Tabelle soll zur Vergleichung des Verhaltens verschiedener Gase dienen. Der Röhrendurchmesser 2 R, auf welchen die Beobachtungen sich beziehen und welcher den Gradienten zwar merklich aber nicht bedeutend beeinflusst, ist mitverzeichnet.

	p.	2 R	G	G/p	Beobachter
Quecksilber	13.1	24 mm	16.9	1.29	W. HEUSE[1])
Helium	12.5	25 „	34.0	2.72	„
„	8.0	25 „	22.7	2.84	„
Wasserstoff	8.37	15 „	242.7	29.0	A. HERZ[2])
Stickstoff	8.0	15 „	3135,	39.2	„

Ordnet man also die genannten Gase nach steigendem Wert des unter den gleichen Verhältnissen genommenen Gradienten, so erhält man die Reihenfolge: Quecksilber, Helium, Wasserstoff, Stickstoff.

§ 4. Für das Kathodengefälle im Helium ergeben sich an der benutzten Stahlelektrode Werte, welche bei Drucken zwischen 8.17 und 12.88 zwischen 302 und 313 Volt lagen.

---

[1]) Diese Verhandlungen. 1. S. 270. 1899.

[2]) A. HERZ, Wied. Ann. Bd. 54, 1895.

Zu den in §§ 3 und 4 mitgeteilten Messungen diente eine Hochspannungsbatterie von 1200 Volt.

§ 5. Es wurden auch die Spektren des Kathodenlichts und des positiven Büschels aufgenommen. Die Linien, welche sich in jenem vorzeigten, wurden auch in diesem gefunden. Ausserdem aber zeigte das positive Licht eine Anzahl von Linien und Banden, welche in dem Kathodenlicht nicht gesehen wurden. Es scheint daraus hervorzugehen, dass man es hier mit zwei verschiedenen Spektren des Heliums zu thun hat. Nähere Angaben bleiben einer späteren Mitteilung vorbehalten.

Berlin, physikalisches Institut, den 19. Januar 1900.

Moleculare Susceptibilität der Salze seltener Erden;

von H. du Bois und O. Liebknecht.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 19. Januar 1900.)
(Vergl. oben p. 12.)

Eine gleichbetitelte vorläufige Mitteilung wurde im ersten Bande dieser Verhandlungen (p. 236) von uns veröffentlicht,[1]) zu der auf p. 275 eine Bemerkung des Herrn STEFAN MEYER erschien. Leider hatten wir damals eine ältere Arbeit der Herren L. F. NILSON und O. PETTERSSON übersehen; auf Veranlassung dieser Chemiker hatte Herr K. ÅNGSTRÖM den magnetischen Charakter verschiedener Oxyde bestimmt, indem er sie in einem Glasröhrchen zwischen den Polen eines RUHMKORFF'schen Elektromagnets — also in Luft — untersuchte.[2])

Er fand:

Paramagnetisch: Cr_2O_3, Fe_2O_3, Y_2O_3, CeO_2, Di_2O_3, Er_2O_3, Yb_2O_3;
Diamagnetisch u. A.: Be_2O_3,[3]) Sc_2O_3, La_2O_3, ThO_2.

Wie wir ferner a. a. O. p. 239 bemerkten, waren Messungen an unreinen Cerium- und Didymsalzen längst von G. WIEDEMANN veröffentlicht worden; die moleculare Susceptibilität der ersteren fand er etwa gleich derjenigen der Kupferoxydsalze, während der von uns ermittelte Wert etwa 50 Proc. grösser erscheint. Das Didym ist bekanntlich erst von AUER v. WELSBACH in Praseodym und Neodym zerlegt worden.

Betreffs der qualitativen Feststellung des Paramagnetismus der Verbindungen der seltenen Erden gebührt demnach Hrn.

---

[1]) Vgl. auch H. DU BOIS und O. LIEBKNECHT, Ann. der Physik **1**. p. 189, 1900, und Chem. Ber. **32**. p. 3344, 1899. —

[2]) L. F. NILSON u. O. PETTERSSON, Chem. Ber. **13**. p. 1465, 1880: Wied. Beibl. **4**. p. 635, 1880. Wir haben diese Bestimmungen K. ÅNGSTRÖM'S weder im G. WIEDEMANN'schen, noch im WINKELMANN'schen Handbuch erwähnt gefunden; auch in Upsala haben wir darüber nichts erfahren, wo freilich Hr. K. ÅNGSTRÖM seiner Zeit nicht anwesend war.

[3]) Neuerdings ist Beryllium als zweiwerthig erkannt worden; A. ROSENHEIM u. P. WOGE, Ztschr. f. anorg. Chem. **15**. p. 283, 1897.

K. ÅNGSTRÖM die Priorität; denn dass die nahe verwandten Elemente Samarium und Gadolinium sich anders verhalten sollten, war von vornherein höchst unwahrscheinlich. Daher kann nach nunmehr zwanzig Jahren eine Prioritätsfrage hierüber zwischen Hrn. ST. MEYER und uns nicht wohl aufgeworfen werden[1]).

Was nun ferner die nähere quantitative Erforschung dieses Gebietes anbelangt, so ist sie von Hrn. ST. MEYER auf trockenem, von uns auf nassem Wege in Angriff genommen worden. Wir halten unsere Methode der unmagnetischen Lösungen für erheblich einfacher, leichter ausführbar und genauer; überdies haben wir uns dabei der neuesten und reinsten bisher dargestellten Präparate bedient.

Wir fanden, dass die »Verdünnung« der unmagnetischen Lösung, welche ein direktes Maass für die spezifische Susceptibilität des gelösten Salzes bildet, für Mangan und Eisen einerseits durchaus vergleichbar ist mit der für Gadolinium und Erbium andererseits; infolge der etwa dreifach höheren Atomgewichte der letzteren Metalle erscheint die moleculare Susceptibilität ihrer Salze dementsprechend freilich viel grösser. Unserer Ansicht nach kann man dieses Verhalten nicht in der Weise ausdrücken, dass man die Erbiumverbindungen cet. par. für viermal stärker magnetisch erklärt als die Eisenverbindungen, wie es Hr. ST. MEYER thut.

Dieser Forscher stellt ferner a. a. O. p. 276 einen Vergleich an zwischen den von ihm ermittelten Atommagnetismen der in trocknen Verbindungen erhaltenen seltenen Erdmetalle und der von uns für die gelösten Salze gefundenen molecularen Susceptibilität: er giebt folgende relative ganze Zahlen an:

	Pr	Nd	Sa	Gd	Er
ST. MEYER	2	5	10	23	40
DU BOIS-LIEBKNECHT	3	5	12	26	37

[1]) Betreffs der von Hrn. ST. MEYER erwähnten Mitteilung von O. LIEBKNECHT und A. P. WILLS, diese Verhandl. 1. p. 170, 1899 gestatten wir uns zu bemerken, dass es sich um ein nur drei Seiten langes Referat über einen längeren Vortrag mit Demonstrationen der benutzten Apparate und unmagnetischen Lösungen handelt.

Wie wir a. a. O. p. 240 schon bemerkten, können diese Resultate zwar als im Grossen und Ganzen mit einander im Einklang stehend betrachtet werden; eine »überraschend gute Uebereinstimmung« vermögen wir in obiger Zusammenstellung indessen nicht zu erkennen.[1])

Schliesslich bemerkt Hr. St. Meyer dass der Paramagnetismus der Yttriumverbindungen wohl nur von Verunreinigungen (hauptsächlich Erbium) herrührt; in diesem Punkte stimmen wir ihm bei. In dem uns von Hrn. P. T. Cleve gütigst zur Verfügung gestellten Yttriumsulfat hätte das Metall ein scheinbares Atomgewicht 89,5; von der allerreinsten Verbindung, der das Atomgewicht 89,0 zukommt, war leider zu wenig vorhanden. Setzt man den Unterschied auf Rechnung von Erbium, so wird nach unseren Ergebnissen die gefundene moleculare Susceptibilität des Yttriumchlorids dadurch allein schon nahezu bedingt; es ist also auch aus diesem Grunde wahrscheinlich, dass das Yttrium mit seinem weit niedrigeren Atomgewicht sich in magnetischer Beziehung anders verhält wie die übrigen sieben seltenen Erdmetalle mit Atomgewichten zwischen 140 und 173. Im Uebrigen haben wir uns einer Beurteilung der Reinheit des benutzten Materiales ausdrücklich enthalten, weil es sich hier um zu specielle, recht schwierige chemische Fragen handelt.

---

[1]) Vgl. übrigens die Bemerkungen J. Koenigsberger's Wied. Ann. 66. p. 698, 1898 und Ann. der Physik 1. p. 175, 1900, über das Verhalten paramagnetischer Verbindungen im festen trocknen bezw wasserfreien Zustande. Zur Entscheidung der wohl noch kaum genügend aufgeklärten Frage, ob und wie sich hier die Susceptibilität mit der Feldstärke ändert, schlägt Dr. Koenigsberger eine nicht näher specifizirte Nullmethode vor, die sich an das von uns ausgebildete Verfahren anlehnen dürfte.

Eine Beobachtung an sensiblen Flammen;
von N. Schmidt.

(Aus dem physikalischen Institut der Universität München.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 19. Januar 1900.)

(Siehe oben S. 12.)

Lässt man Leuchtgas aus einer vertikalen Glasröhre, deren oberes Ende zu einer Spitze ausgezogen oder bis auf eine 1—1,5 mm weite Öffnung zugeschmolzen ist, unter dem Druck einer Wassersäule von etwa 15 cm Höhe ausströmen, so erhält man eine 40—60 cm lange ruhig brennende, schlanke Flamme, die für jedes Geräusch und für Töne von einer gewissen Höhe an empfindlich ist, wie aus einer Reihe von Arbeiten über sensible Flammen bekannt ist.

So oft ein Geräusch oder ein hoher Ton in ihrer Nähe erregt wird, beginnt sie zu zischen oder zu brausen, wobei sie sich etwa um die Hälfte verkürzt und in ihrem obern Teil entweder die Form eines glänzenden Lichtbüschels annimmt oder sich in zwei schwalbenschwanzförmige Äste zerteilt, während der untere Teil keine auffallende Veränderung zeigt. Von einer Verstärkung des Tones durch die Flamme ist hierbei nichts wahrzunehmen.

Lässt man zwei hohe Töne, etwa die Töne zweier Galtonpfeifchen erklingen, die mit einander im Einklang stehen, so tritt dieselbe Erscheinung auf, als wenn nur einer derselben auf die Flamme einwirkte. Verändert man jedoch die Tonhöhe des einen Pfeifchens, so verliert die Flamme die Form, die sie beim Erklingen eines einzigen angenommen, und sie zeigt sich zugleich als ein kräftig wirkender Resonator auf den Differenzton der beiden.

Sind die beiden Töne nur um wenige Schwebungen verschieden, so sieht man den obern Teil der Flamme im Takte der Schläge lebhaft auf und niederhüpfen; bei allmählicher Erweiterung der Differenz der beiden Töne sieht man zuerst die Flamme immer schnellere Zuckungen ausführen, später hört

man den Differenzton von der Tiefe aus rollend emporsteigen und kann ihn mit grosser Deutlichkeit verfolgen, bis seine Höhe 2 – 3000 Schwingungen beträgt.

Die Stärke der Resonanz ist hierbei wesentlich von der Empfindlichkeit der Flamme abhängig; der tiefere Primärton muss bereits so hoch sein, dass er, allein tönend, eine kräftige Deformation der Flamme hervorruft, wie dies bei den Versuchsflammen etwa vom $c_5 = 4096$ Schwingungen an der Fall war.

Je nach der Anzahl der Obertöne, welche die Primärtöne mit sich führen, d. h. je nach ihrer Klangfarbe findet eine verschiedenartige Verstärkung der Differenztöne statt, worauf an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden soll, ebenso wenig wie auf Differenztöne höherer Ordnung.

Die empfindliche Flamme lässt die Differenztöne auch da noch deutlich erkennen, wo die Wahrnehmung derselben durch ein normales Ohr vollständig aufgehört hat, wie dies bei den höheren Tönen der Galtonpfeifen der Fall ist.

Bei den höchsten Tönen der Galtonpfeifen stellen sich wegen des intensiven Blasegeräusches Schwierigkeiten bei der Beobachtung von Differenztönen ein, bis zu einer Tönhöhe von etwa 30 000 Schwingungen sind diese jedoch deutlich von jedem Ohr wahrzunehmen.

Die empfindliche Flamme gibt also ein einfaches Hilfsmittel zur Bestimmung der Schwingungszahlen hoher Töne mittels der Differenztonmethode an die Hand, indem sie die Differenztöne beträchtlich verstärkt, und sie gestattet auch noch die sichere Handhabung dieser Methode auf einen viel weiteren Bereich, als dies bisher möglich war.

In einer demnächst erscheinenden Abhandlung werden die Ergebnisse einer eingehenden Untersuchung dieses Phänomens mitgeteilt werden.

Grundzüge einer Dioptrik der Atmosphäre;
von A. Gleichen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 1. December 1899)
(Vergl. diese Verhandlungen Jahrg. 1. S. 246.)

1. Definition des brechenden Mediums. Ausgangspunkt der Refraktionstheorien. Es wird vorausgesetzt, dass der Brechungsexponent μ der Atmosphäre nur eine Funktion der Entfernung des betrachteten Punktes vom Mittelpunkt M der Erde sei, dass er also constant sei in unendlich dünnen concentrischen Schichten um diesen Mittelpunkt. Ein aus dem Weltraum kommender Lichtstrahl durchdringt die Atmosphäre als einfach gekrümmte Linie, indem von Schicht zu Schicht eine Brechung nach dem Brechungsgesetz von SNELLIUS stattfindet. Construiert man sich in irgend einem Punkte P dieser Strahlencurve die Tangente, so giebt diese die Richtung des Strahls im Punkte P an; der Winkel den sie mit der nach aussen verlängerten Normalen MP bildet, heisst der Einfallswinkel i, der Winkel dagegen, den sie mit der Richtung des Lichtstrahls vor der Brechung durch die Atmosphäre bildet, wird Ablenkung oder Refraktion ζ genannt. Für den beliebigen Punkt P in der Entfernung r von M sind seit langer Zeit folgende beiden Gleichungen bekannt[1]:

$$\text{I.} \qquad \mu \cdot r \sin i = \gamma = \text{constans}$$

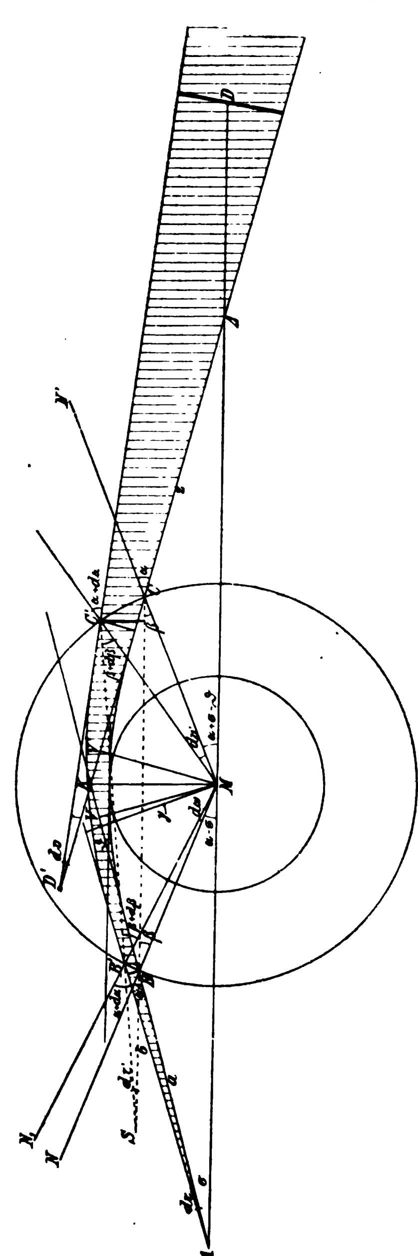
$$\text{II.} \qquad d\zeta = \frac{-\gamma\, d\mu}{\mu \sqrt{\mu^2 r^2 - \gamma^2}}$$

„Die Strahlenconstante“ γ ist für alle Punkte des Weges eines Lichtstrahls dieselbe und ändert sich nur, wenn man von einem Strahl zu einem benachbarten übergeht. Gleichung II lässt sich integrieren, sobald μ als Funktion von r bekannt angenommen wird. Gleichung I und II sind der Ausgangspunkt aller Refractionstheorien.

---

[1]) Siehe z. B. BRUNS: Die astronomische Strahlenbrechung. BRÜNNOW, Lehrbuch der sphärischen Astronomie.

2. Formulierung der Aufgabe. Zweiteilung des Problems. Wir untersuchen, welche Modifikationen ein von



einem Punkte A (Figur) ausserhalb der Atmosphäre ausgehendes Bündel bei seinem Gange durch die Atmosphäre erleidet. Wir sehen voraus, dass es eine astigmatische Deformation annehmen wird, dass ferner der sogenannte sekundäre Bildpunkt, der von den Sagittalstrahlen gebildet wird, im Schnittpunkte Δ des Strahls mit der verlängerten Geraden AM liegt. Um den primären Bildpunkt zu finden, haben wir nur zwei einander unendlich nahe Strahlen im Hauptschnitt zu verfolgen und ihren Schnittpunkt D^1 nach der Brechung aufzusuchen. Haben wir auf diese Weise die Natur der gebrochenen Bündel erkannt, so können wir durch Vergleich zur Bündelaxe senkrechter Querschnitte die Intensitätsverhältnisse bestimmen und schliesslich durch Integration auch die Lichtwirkungen ausgedehnter Flächen feststellen.

Wir haben die beiden Fälle zu unterscheiden, dass das Bündel auf der einen Seite ein-, auf der andern

Seite der Atmosphäre wieder in den Weltraum austritt, und zweitens, dass es auf die Oberfläche unserer Erde gelangt und hierdurch am weiteren Fortschreiten behindert wird.

3. Formeln für ein die Erdatmosphäre durchdringendes Bündel. In der Figur sei A der lichtaussendende Punkt, ABC und AB^1C^1 zwei benachbarte Strahlen im Hauptschnitt, wobei die Strecken BC und B^1C^1 gekrümmte Curven sind. D^1 ist der primäre Bildpunkt, in welchem die die Atmosphäre verlassenden Strahlen sich schneiden. Er ist dem Falle der Natur entsprechend in der Zeichnung virtuell dargestellt. Der Punkt Δ ist einer früheren Bemerkung zufolge der secundäre Brennpunkt; in ihm ist der Bündelquerschnitt eine unendliche kleine Gerade, sogenannte sekundäre Brennlinie, die in der Papierebene senkrecht zur Bündelrichtung liegt. (In der Figur ist diese kleine Gerade bei Punkt D dargestellt, den man sich wegen der geringen Entfernung der beiden benachbarten Strahlen als mit Δ zusammenfallend denken muss.) Die primäre Brennlinie befindet sich im Punkte D^1 und steht senkrecht zur Papierebene.

In der Figur setzen wir:

$$\begin{aligned} AB &= a \\ BS &= b \\ SC &= b^1 \\ CD^1 &= a^1 \\ BC &= e \\ BM &= CM = R \end{aligned}$$

Wegen des symmetrischen Verlaufs der Strahlen durch die Atmosphäre kann man noch setzen:

$$\begin{aligned} \measuredangle ABN &= \measuredangle \Delta CN^1 = \alpha \\ \measuredangle CBM &= \measuredangle BCM = \beta \end{aligned}$$

Hierbei ist der Punkt S gewonnen durch geradlinige Verbindung und Verlängerung der Punkte BC und B^1C^1.

Auf das so entstandene hypothetische Bündel (in der Figur sind die betreffenden Geraden gestrichelt) wollen wir jetzt die allgemeine Gesetze der Richtungsveränderungen geradliniger Strahlensysteme anwenden, wie sie in den Annalen der Physik und Chemie, Neue Folge 1888, Band 35 Seite 100 u. f.

angegeben sind, mit Berücksichtigung der in der Figur angenommenen Lagen der Bildpunkte.

Für das hypothetische Bündel ABB^1 und SBB^1 ist

(1) $$\frac{f}{a} - \frac{f^1}{b} = 1$$

(2) $$\frac{R\cos a}{\frac{da}{d\beta} - 1} = f$$

(3) $$\frac{R\frac{da}{d\beta}\cos\beta}{\frac{da}{d\beta} - 1} = f^1$$

Für das zweite hypothetische Bündel SCC^1 und D^1CC^1 gilt, da für dasselbe die Grössen f und f^1 mit den entsprechenden Grössen des ersten Bündels identisch sind, die Gleichungen

(4) $$-\frac{f}{a^1} + \frac{f^1}{b^1} = 1$$

Ausserdem ist:

(5) $$b^1 - b = e = 2\,R\cos\beta$$

Aus den Gleichungen (1) bis (5) ergiebt sich nach gehörigen Umformungen durch Elimination von b und b^1

(6) $$\frac{1}{a + R\cos a} + \frac{1}{-a^1 + R\cos a} = \frac{2\left(1 - \frac{d\beta}{da}\right)}{R\cos a}$$

Fällt man jetzt von M Lote auf die Richtung des einfallenden und austretenden Bündels und rechnet von deren Fusspunkten V und V' die Entfernungen ξ und ξ^1 des leuchtenden Punktes und des primären Bildpunktes, so erhält man:

$$\xi = a + R\cos a$$
$$\xi^1 = a^1 - R\cos a$$

und Gleichung (6) giebt:

(7) $$\frac{1}{\xi} - \frac{1}{\xi^1} = \frac{2.\left(1 - \frac{d\beta}{da}\right)}{R\cos a} = \frac{2\,d\,(a - \beta)}{R\,d\sin a} = \frac{1}{\varphi}$$

Wegen der Symmetrie der Strahlencurve ist die Gerade BC parallel der Tangente, die ich in dem Symmetriepunkt d. h. in dem Punkte, wo die Curve senkrecht zum Radiusvektor verläuft, construieren kann. Infolgedessen ist $\angle SBA = \alpha - \beta$ die Refraktion in diesem Symmetriepunkt, die wir gemäss der Seeliger'schen Bezeichnung als „horizontale Refraktion" ϑ bezeichnen wollen.

Die Gleichung I. $\mu \,.\, \rho \sin i = \gamma$, welche für jeden Punkt des Strahlenweges gilt, wollen wir für den Punkt B aufschreiben, für den i in α und μ in Eins und r in R übergeht. Also ist $R \sin \alpha = \gamma$.

Demnach wird Gl. (7):

$$\frac{1}{\xi} - \frac{1}{\xi^1} = 2\frac{d\vartheta}{d\gamma} = \frac{1}{\varphi} \tag{8}$$

Man erkennt also, dass V und V^1 conjugierte Punkte für die in der Hauptebene verlaufenden Strahlen sind, und die zugehörige Brennweite durch die Grösse

$$\varphi = \frac{1}{2}\frac{d\gamma}{d\vartheta} \tag{9}$$

bestimmt ist.

Ist K der Punkt, in welchem der aus und eintretende Strahl sich schneiden, so findet man zur rechnerischen Bestimmung des sekundären Bildpunktes Δ sofort aus der Figur

$$\frac{1}{AK} + \frac{1}{\Delta K} = \frac{\sin 2\vartheta}{\gamma} \tag{10}$$

Die Brennweite der Sagittalstrahlen vom Punkte K aus gerechnet ergiebt sich also gleich $\frac{\gamma}{\sin 2\vartheta}$

Für die weiteren Entwickelungen ist es vorteilhaft, die Entfernungen im sagittalen Teile des Bündels ebenfalls von den Punkten V und V^1 aus zu rechnen. Wir setzen

$$AK = \xi + VK$$
$$\Delta K = \eta^1 + V^1 K$$

wenn $\triangle V^1 = \eta^1$ gesetzt wird. Führt man diese Werte in 10 ein und berücksichtigt, dass $VK = V^1K = \gamma . \operatorname{tg}\vartheta$ ist, so erhält man

(11) $$\xi \eta^1 = \gamma \operatorname{cotg} 2\vartheta (\xi + \eta^1) + \gamma^2,$$

woraus sich für die Brennweite, gerechnet vom Punkte V^1 aus ergiebt:

(12) $$\psi = \gamma \operatorname{cotg} 2\vartheta$$

Durch die Gleichungen (9) und (11) ist das Bündel vollständig bestimmt, es hängt in seinen Eigenschaften nur von den beiden Constanten ϑ und γ ab, die jetzt näher zu bestimmen sind.

4. Bestimmung der Constanten ϑ und γ nach der Ivory'schen Refraktionstheorie. Um die Constanten ϑ und γ für Bündel zu bestimmen, die in verschiedenen Höhen die Atmosphäre durchdringen, muss man Annahmen über die Constitution der Atmosphäre machen hinsichtlich der Aenderungen des Brechungsexponenten. Jede der vorhandenen Refraktionstheorieen kann hierzu dienen, wir schliessen uns in Folgendem der Ivory'schen an.

Hiernach bestehen die Gleichungen[1]:

$$\frac{\rho}{\rho + h} = k = 1 - \frac{2f}{\beta} + \frac{2f}{\beta}\lambda + \frac{1-f}{\beta} \log \operatorname{nat} \lambda$$

$$\mu = 1 + \frac{\lambda}{2}(\mu_0^2 - 1)$$

Hier bedeutet h die Höhe, in welcher ein Strahl über der Erdoberfläche verläuft d. h. die Entfernung des Symmetriepunktes der Strahlencurve von der Erdoberfläche gemessen in Richtung nach dem Mittelpunkt M hin. Die Grössen f, β, μ_0 (Brechungsexponent an der Erdoberfläche) sind Constanten und haben die

Werte: $f = \frac{3}{4}$; $\log \beta = 2{,}888588$; $\mu_0 = \dfrac{3400}{3399}$

[1]) Siehe Seeliger: Abhandlungen der Akademie der Wissenschaft zu München II. Cl. XIX. Bd. II. Abth.

Ferner bedeutet λ die Dichte in der Höhe h, wobei für $h = 0$, $\lambda = 1$ angenommen wird.

Es zeigt sich als vorteilhaft, die Grössen γ und ϑ als Funktionen von λ darzustellen. Zu dem Zweck wenden wir die Gleichung I. $\mu R \sin i = \gamma$ auf den Symmetriepunkt der Curve an und müssen setzen $i = 90^0$, $R = \rho + h$ und erhalten

$$\gamma = \mu . (r + h) = \frac{\mu . \rho}{k} = \rho . \frac{\left[1 + \frac{\lambda}{2} . (\mu_0{}^2 - 1)\right]}{k};$$

hierdurch erscheint γ direkt als Funktion von λ.

Für die horizontale Refraktion ϑ liefert die IVORY'sche Theorie direkt:

$$\vartheta = 1859{,}22\,\lambda + 178{,}57\,\lambda^2,$$

wobei als Einheit die Winkelsekunde genommen ist.

Aus den beiden letzten Gleichungen kann man nun für jede beliebige Dichte sofort die Grösse ψ und nach vollzogener Differentiation die Grösse φ numerisch berechnen. Aus der Dichte kann man dann auch leicht nach den angegebenen Formeln die zugehörige Höhe finden. Die numerische Rechnung kann man sich sehr erleichtern, wenn man die von SEELIGER in der oben angeführten Abhandlung aufgestellte Tabelle für die Grösse $1000 . \left(\frac{\gamma}{\rho} - 1\right)$ benutzt.

Für ein Bündel, das in der Höhe $h = 0$, also die Erdoberfläche streifend die Atmosphäre durchdringt, findet man $\varphi = - 0{,}0623$ und $\psi = 50{,}8$, für ein Bündel dagegen, das in der Höhe von 7 Meilen über der Erde sich befindet, ist $\varphi = - 103$ und $\psi = 181200$, wo als Einheit immer der Erdradius angenommen wird.

5. **Berechnung der Helligkeit an einer beliebigen Stelle des austretenden Bündels.** Querschnitt des von A ausgehenden Strahlenkegels in der Einheit der Entfernung sei $d\omega$, an der Eintrittsstelle in die Atmosphäre senkrecht zur Bündelaxe $d\sigma$. Schnittfläche des Bündels mit der Atmosphären-

oberfläche bei B sei dx, die analogen Grössen an der Austrittsstelle bei C seien $d\sigma^1$ und dx^1; Querschnitt bei Z schliesslich werde mit $d\chi$ bezeichnet. Dann ist die Intensität des Lichtes im Punkte Z der Grösse $\frac{d\omega}{d\chi}$ proportional.

Wir setzen
$$\begin{aligned} AB &= a \\ DC &= v_1 \\ ZC &= z \\ AC &= v_2 \end{aligned}$$
und es ist:
$$\begin{aligned} a &= \xi - R\cos a \\ v_1 &= \xi^1 + R\cos a \\ v_2 &= \eta^1 - R\cos a \end{aligned}$$

Man erhält dann succesive:

$$\frac{d\omega}{d\chi} = \frac{1}{a^2}\cdot\frac{d\sigma}{d\chi} = \frac{1}{a^2}\,\frac{dx}{dx^1}\cdot\frac{dx^1}{d\varphi}\cos a = \frac{1}{a^2}\cdot\frac{dx}{dx^1}\cdot\frac{d\sigma^1}{d\chi}$$

Für das Verhältnis zweier zur Bündelaxe senkrechter Querschnitte $\frac{d\sigma^1}{d\chi}$ des Bündels ergiebt sich sehr leicht

$$(18)\ \frac{d\sigma^1}{d\chi} = \frac{v_1\, v_2}{(z+\varphi_1)\,(v_2 - z)} \quad \text{u.} \quad \frac{d\omega}{d\chi} = \frac{1}{a^2}\,\frac{dx}{dx^1}\cdot\frac{v_1\, v_2}{(z+v_1)\,(v_2-z)}$$

und für das Verhältnis $\frac{dx}{dx^1}$ erhält man aus der Figur:

$$\frac{dx}{dx^1} = \frac{BB^1}{CC^1}\cdot\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{b}{b^1}\cdot\frac{\sin(a-\sigma)}{\sin(a+\sigma-2\vartheta)}$$

wo π_1 und π_2 die Querschnittsdurchmesser der Sagittalstrahlen sind für die Punkte B und C und $\sigma = \sphericalangle\, KAM$ ist. Hieraus erhält man dann leicht:

$$(19)\ \frac{dx}{dx^1} = \frac{\sin(a-\sigma)}{\sin(a+\sigma-2\vartheta)\left(-2\,\frac{d\vartheta}{da} + 2\cdot R\cos a\left(1-\frac{d\vartheta}{da}\right)\frac{1}{a} + 1\right)}$$

Befindet sich im Punkte A ein leuchtendes Flächenelement dq mit der Leuchtkraft J und wird durch $\Psi(\varepsilon)$ das sogenannte Emanationsgesetz ausgedrückt, so erhält das Flächenstück $d\chi$ in der Entfernung z die Lichtmenge

(19a) $$dQ = N.\,J.\,\frac{d\omega}{d\chi}\,.\,\Psi(\varepsilon)\,.\,dq\,.\,d\chi\,,$$

wo $\frac{d\omega}{d\chi}$ nach den Formeln (18) und (19) zu bilden ist und N den Absorptionscoefficienten darstellt. Der letztere wird nach Laplace gleich $e^{-2H\vartheta}$ zu setzen sein, wo H eine Constante bedeutet, die sich nach SEELIGER aus $\log e^{-2H\vartheta_0} = 4{,}5984 - 10$ bestimmt, wo ϑ_0 die Refraktion am Horizont bedeutet. Für $a = \infty$ wird $\sigma = 0$ und man erhält für $\frac{dx}{dx_1}$ den einfachen Wert:

(20) $$\frac{dx}{dx'} = \frac{d(\cos a)}{d(\cos(a - 2\vartheta))} = \frac{\varphi \sin a}{\sin(a - 2\vartheta)(\varphi - R\cos a)}$$

6. **Optischer Charakter der austretenden Bündel.** Ein astigmatisches Bündel sei von positivem Charakter, so lange es im Sinne der Lichtbewegung von grösseren zu kleineren Querschnitten eilt, von negativem, wenn es von kleineren zu grösseren übergeht.

Fasst man in Gleichung (18) z allein als variabel auf, bewegt man sich also längs eines bestimmten Lichtbündels, so sieht man, dass $\frac{d\omega}{d\chi}$ ein Minimum wird für $z = \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$ die so charakterisierte Stelle des Bündels wollen wir den Pol nennen, er liegt immer zwischen den beiden Brennpunkten und legt innerhalb dieses Intervalls den grössten Querschnitt fest. Vom Austritt aus der Atmosphäre bis zum Pol hat ein Bündel negativen Charakter, zersträut also das Licht oder wirft einen Refraktionsschatten, jenseits des Pols hat das Bündel positiven Charakter und concentriert das Licht. Für ein einzelnes sehr entferntes Flächenelement (Sonnenelement) liegen die Pole sämmtlicher Bündel auf einer Rotationsfläche, die für den Fall einer Mondfinsternis den Mond umhüllt, indem die in der Nähe der Erdoberfläche passierenden Bündel ihre Pole vor, die in grösserer Höhe passierenden hinter der Mondbahn haben. Für die beiden unter (4) betrachteten Bündel liegen die Pole 25,4 und 90 650 Erdradien von der Erde entfernt.

7. **Brennlinien und Brennräume.** Das System sämmtlicher primären und sekundären Bildpunkte aller Bündel, die

von einem Punkte A ausgehen und durch die Atmosphäre gebrochen werden, liegen auf zwei Flächen, von denen die erstere virtuell ist, während die zweite, reelle, zu einer geradlinigen Brennstrecke degeneriert und auf der über M hinaus verlängerten Geraden A M sich befindet. Für ein Sonnenelement beginnt diese Strecke etwa 50 Erdradien von der Erde und erstreckt sich, indem sie sich immer weiter von der Erde entfernt ins Unendliche. Der Inbegriff sämmtlicher Sonnenelemente erzeugt auf diese Weise einen reellen Brennraum von kegelartiger Gestalt, dessen Oeffnung gleich dem scheinbaren Sonnendurchmesser ist und dessen Axe mit der Centrale von Sonne und Erde zusammenfällt. Der Spitzenteil dieser Fläche hat von der Erde ungefähr 40 Erdradien Entfernung, an der Mondbahn ist sein Querschnitt etwa gleich dem des Vollmondes, doch nimmt seine Intensität von der Peripherie nach aussen nur sehr allmählich ab. Es scheint keinem Zweifel zu unterliegen, dass die auffallende Helligkeit des verfinsterten Mondes von seiner Passage durch den Sonnenbrennraum herrührt; die Strahlen, welche an der Stelle des Monddurchganges den Brennraum erzeugen, nähern sich sämmtlich bei ihrem Durchgang durch die Atmosphäre der Erdoberfläche bis auf Entfernungen, die unterhalb einer halben Meile sind. Hierdurch ist einerseits die rötliche Färbung, andererseits die Abhängigkeit des Phänomens von meteorologischen Verhältnnisse unseres Planeten erklärt. Der graue Schatten, in den der Brennraum peripherisch übergeht, rührt von den die Atmosphäre in höheren Schichten durchsetzenden Strahlen her, deren Pole jenseits der Mondbahn liegen, die also einen Refraktionsschatten erzeugen, weil sie den Charakter einer Negativlinse haben. Wäre unsere Atmosphäre frei von Absorption, so würden wir bei einer Mondfinsternis den in der Mitte des geometrischen Erdschattens befindlichen Mond in einem Glanze sehen, der vom Vollmondlichte nicht weit verschieden wäre. Der eben angedeutete durch die fernpoligen Bündel erzeugte Refraktionsschatten muss notwendig eine Vergrösserung des sogenannten geometrischen Erdschattens herbeiführen, wie sie ja auch thatsächlich beobachtet wird. Das Verdienst, diesen Grund für das betreffende Phänomen zum erstenmale in bündiger Weise

angegeben zu haben, gebührt offenbar Hrn. Dr. PLEHN[1].) Bei jeder Beobachtung einer Schattengrenze, die durch ein ausgedehntes leuchtendes Objekt erzeugt wird, spielen natürlich physiologische Momente eine Rolle, weil ja der Uebergang zur vollen Helligkeit immer sich in continuierlicher Weise vollzieht. Von diesen Gesichtspunkten aus hat Hr. SEELIGER das in Rede stehende Problem behandelt.

8. **Die durch die Sonne erzeugte Intensität an einer beliebigen Stelle innerhalb des geometrischen Sternschattens. Methode der Superposition kleiner Intensitäten.** Der Ausdruck $\frac{d\omega}{d\chi}$ der Formel (19a) lässt sich für den Fall, dass die Entfernung a der Sonne von der Erde sehr gross gegen ρ gesetzt werden kann, mittels der Brennweiten φ in folgende Form bringen:

$$\frac{d\omega}{d\chi} = \frac{\varphi \quad \sin\alpha}{a^2 \sin(\alpha - 2\vartheta) \, . \, (\varphi - R\cos\alpha - z)} \tag{21}$$

Für die Brennweiten φ, die als virtuell negativ in Rechnung gebracht werden müssen, kann man leicht gemäss § 4 eine Tabelle aufstellen. Nimmt man dann für die Höhe der Atmosphäre einen Wert — etwa 9 Meilen — an, so ist dadurch die Constante R bestimmt und α ergiebt sich aus $\sin\alpha = \frac{r}{R}$ Auf diese Weise kann man leicht für beliebig viele Punkte einer Ebene, die in der Entfernung des Mondes senkrecht auf der Centrale von Sonne und Erde ist, die Grösse $\frac{d\omega}{d\chi}$ berechnen und hat damit eine Lichtverteilung gewonnen, welche der Lichtverteilung proportional ist, die ein sehr entferntes auf der Centrale liegendes leuchtendes Flächenelement dq erzeugt. Anstatt nun die durch Formel (19a) angedeutete schwierige Integration, die von der besonderen Annahme eines Emanationsgesetzes abhängt, auszuführen, kann man sich des folgenden leicht zu beweisenden Satzes bedienen:

---

[1]) Ueber die Höhe der Atmosphäre und ihren Einfluss auf den Erdschatten. Prometheus VIII. Jahrgang 1897, Seite 705 u. ff.

Neue Beiträge zur Theorie der Mondfinsternisse. Prometheus. X. Jahrgang 1898, Seite 1 u. ff.

„Ist für eine Ebene im obigen Sinne eine von dem Flächenelement dq erzeugte elementare Intensitätsverteilung bekannt, so erhält man die wahre, von der ausgedehnten Sonne erzeugte Intensität an einer beliebigen Stelle L dieser Ebene, indem man um L einen Kreis mit dem scheinbaren Sonnenradius (von der Erde aus gesehen) schlägt und das Integral $\int \frac{d\omega}{d\chi} \cdot e^{-2H\vartheta} \cdot dq$ ausgedehnt über diese Kreisfläche auswertet.«
Dieser Satz hat zur Voraussetzung, dass man den Sinus des scheinbaren Sonnendurchmessers mit dem Bogen vertauschen kann.

9. Fall, dass das Strahlenbündel aus dem leeren Raum auf die Erde gelangt. Correktionsfaktor für die Helligkeitsmessungen der Fixsterne. In diesem Falle hat das letzte Medium einen andern Brechungsexponenten als das erste. Wir beschränken uns hier auf die Mitteilungen zweier Formeln, von denen die Lösung dieses allgemeineren Problemes abhängt.

1. Sowohl für den primären wie für den sekundären Bildpunkt besteht eine Gleichung von der Form $\frac{H_1}{x} + \frac{H_2}{y} = 1$, wo H_1 und H_2 Constanten und x und y die Entfernungen des Objektes und des Bildes von conjugierten Punkten sind.

2. Für zwei Punkte P und P_1 eines Strahlenbündels seien die Einfallswinkel i und i_1, die Brechungsexponenten μ und μ_1, die Refraktionen ϑ und ϑ_1, und endlich die zur Bündelaxe senkrechten Querschnitte dq und dq_1, dann besteht folgende Beziehung für den Fall, dass der leuchtende Punkt sehr weit entfernt ist,

$$\frac{\mu^2 \, d\cos i \, dx}{d\cos(i+\vartheta)} = \frac{\mu_1^2 \, d\cos i_1 \, dx_1}{d\cos(i_1+\vartheta_1)}$$

Lassen wir die mit dem Index Eins versehenen Grössen für die Eintrittsstelle in die Atmosphäre, die andern für die Erdoberfläche gelten, so ist: $\mu_1 = 1$, $\vartheta_1 = 0$, $\mu = \mu_0$ (Brechungsexponent an der Erdoberfläche) zu setzen; i geht in die scheinbare Zenithdistanz z über und ϑ ist die zu z gehörige Refraktion, die aus den Tabellen entnommen werden kann. Die letzte Formel giebt unter diesen Umständen:

$$c_z = \frac{dx_1}{dx} = \frac{\mu_0 \sin z}{\sin(z+\vartheta)\left(1+\frac{d\vartheta}{dz}\right)}$$

Ist also nach irgend einer der bekannten Absorptionsformeln (von LAPLACE oder BOUGET) die Helligkeit eines Fixsternes bei der Zenithdistanz z festgestellt, so müsste strenggenommen dieser Wert noch mit c_z multipliziert werden. Für den Horizont wird hierdurch die Intensität um ca. 20% verringert ($\frac{1}{c} = 1{,}207$) Für kleinere Zenithdistanzen nähert sich c sehr schnell der Eins (für 88° ist $\frac{1}{c} = 1{,}075$; für 80° ist $\frac{1}{c} = 1{,}007$).

Für $z = 59^0$ ist $c = 1$ also $dx = dx_1$, d. h.: Ein unter diesem Winkel in ein Fernrohr von der Objektivöffnung dx einfallendes Bündel hatte vor der Brechung durch die Atmosphäre denselben Querschnitt dx. Ein Stern erleidet also unter diesem Winkel, abgesehen von der Absorption keinen Lichtverlust. Für den Zenith hat man $\frac{1}{c} = 0{,}99\,910$.

Druck von A. Haack, Berlin.

Jahrg. 2. Nr. 3.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 2. Februar 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **H. Diesselhorst** macht zugleich im Namen von Hrn. **W. Jäger**

eine Bemerkung zu einer Mitteilung des Herrn Emd. van Aubel über Wärmeleitung.

Hr. **M. Thiesen** spricht dann

über das Gesetz der schwarzen Strahlung.

Hr. **E. Pringsheim** berichtet nach gemeinsam mit Hrn. **O. Lummer** ausgeführten Versuchen

über die Strahlung des schwarzen Körpers und des Platins für lange Wellen.

Hr. **M. Planck** bespricht darauf im Anschluss an die beiden vorangegangenen Vorträge ausführlich die Voraussetzungen, welche der von ihm entwickelten Strahlungstheorie zu Grunde liegen, und berichtet über eine neuerdings von ihm gefundene direkte

Deduktion der Strahlungs-Entropie aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik,

welche demnächst zur Veröffentlichung kommen wird.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. R. LUYKEN, Berlin N., Oranienburgerstr. 54.
Hr. Dr. A. KORN, Privatdocent an der Universität München, Hohenzollernstrasse 1a.
Hr. Prof. Dr. SCHUBERT in Eberswalde, Forstakademie.
Hr. Prof. R. HEYNE, Berlin W., Zietenstrasse 3.

Bemerkung zu einer Mitteilung des Herrn Edm. van Aubel über Wärmeleitung;
von W. Jäger und H. Diesselhorst.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 2. Februar 1900.)
(Vergl. oben S. 37.)

Die am 5. Jan. d. J. der physikalischen Gesellschaft vorgelegte interessante Mitteilung des Hrn. VAN AUBEL über Wärme- und Elektricitätsleitung[1]) kann leicht den Anschein erwecken, als läge unsererseits ein Prioritätsanspruch vor auf ein Resultat, welches Hr. VAN AUBEL, anknüpfend an seine im Jahre 1895 veröffentlichten Untersuchungen folgendermassen ausgesprochen hat[2]):

„La loi de G. WIEDEMANN et FRANZ ne se vérifie donc en aucune façon pour les alliages à grande résistance électrique. Cette loi n'est probablement exacte que pour les métaux purs et bons conducteurs."

Indessen enthält unsere Veröffentlichung[3]) einen solchen Anspruch nicht, und es war uns wohl bekannt, dass L. LORENZ schon 1881 in seiner auch von uns citierten Abhandlung, in welcher er auf die Proportionalität des Leitungsverhältnisses mit der absoluten Temperatur aufmerksam macht, Nachstehendes aus seinen Beobachtungen folgert[4]):

„Für die besser leitenden Metalle eine Bestätigung des Gesetzes von WIEDEMANN und FRANZ, indem für diese Metalle das Verhältnis der beiden Leitungsvermögen für Wärme und Elektricität sowohl bei 0° als bei 100° nahezu constant ist. Dagegen wächst dieses Verhältnis für die schlechteren Leiter der Metalle stark mit abnehmendem Leitungsvermögen, wo-

---

[1]) Diese Verhandlungen S. 3 des vorliegenden Jahrganges.

[2]) EDM. VAN AUBEL, Journal de physique (3 sér.) **4**. p. 522. 1895.

[3]) W. JÄGER und H. DIESSELHORST, Sitzungsber. d. Ak. d. Wiss. zu Berlin. p. 719. 1899.

[4]) L. LORENZ, Wied. Ann. **13**. p. 599. 1881.

durch anscheinend der Übergang zu den nicht metallischen Leitern, bei welchen bekanntlich das erwähnte Verhältnis noch weit grösser ist, vermittelt wird."

In Betreff der von Hrn. VAN AUBEL angestellten Prüfung einer (übrigens schon von KIRCHHOFF und HANSEMANN, L. LORENZ und anderen beanstandeten) Beziehung, die H. F. WEBER zwischen dem Leitverhältnis und dem Produkt aus Dichte und specifischer Wärme vermutete, sei hier bemerkt, dass die unserer Arbeit entnommenen Zahlen, welche Hr. van AUBEL auf S. 4 seiner oben citierten Mitteilung anführt, nur die specifische Wärme darstellen, also mit den betreffenden Dichten zu multiplicieren sind.

Druck von A. Haack, Berlin.

Jahrg. 2. Nr. 4.

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 16. Februar 1900.

Vorsitzender i. V.: Hr. M. Planck.

Vor Eintritt in die Tagesordnung verliest der Vorsitzende eine Einladung zur Anmeldung von Vorträgen für die Physikalische Section der im September dieses Jahres zu Aachen tagenden 72. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte.

Hr. **A. Gleichen** trägt dann vor

eine Notiz über ein System von Wellennormalen.

Hr. **H. Boas** spricht in ausführlichem Vortrage

über Verfahren und Apparate zur Erzeugung stereoskopischer Röntgenbilder auf dem Leuchtschirm

und demonstriert nach Schluss der Sitzung den einzelnen Mitgliedern die stereoskopische Wirkung der Röntgenbilder.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. M. Iklé, Berlin W., Kurfürstenstr. 147.

Hr. Dr. A. W. Hoffmann, Köln-Ehrenfeld.

Hr. W. Biegon von Czudnochowski, Berlin W., Klopstockstrasse 38.

Hr. Dr. Joh. Stark, Assistent am Physikal. Institut in München, Arcisstr. 59.

Hr. Prof. Dr. E. Lecher, Prag II. 1594. Physikal. Institut.

Einladung

zur 72. Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte zu Aachen 1900.

(Vergl. oben S. 41.)

Der Vorstand der

Abteilung für Physik

und der Vorstand der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft

geben sich die Ehre, die Herren Fachgenossen zu der vom **17.** bis **22.** September in Aachen stattfindenden Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte ergebenst einzuladen.

Da den allgemeinen Einladungen, die anfangs Juni zur Versendung gelangen, bereits ein vorläufiges Programm der Versammlung beigefügt werden soll, so bitten wir, Vorträge und vor allem Demonstrationen, welche besondere Vorbereitungen im hiesigen Institut erforderlich machen, spätestens bis Ende April bei dem unterzeichneten Einführenden der Abteilung für Physik anzumelden. Nach den Beschlüssen auf der Münchener Versammlung soll der Abteilungsvorstand und der wissenschaftliche Ausschuss der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Gemeinschaft eine Gruppierung der Vorträge derart bewirken, dass Zusammengehöriges thunlichst in einer Sitzung behandelt wird. Innerhalb der Gruppen ist für die Reihenfolge der Vorträge die Zeit ihrer Anmeldung massgebend. Es kann jedoch nicht dafür garantiert werden, dass Vorträge, die bis zum **10.** September nicht angemeldet waren, auf die Tagesordnung kommen.

Ferner bitten wir uns Wünsche inbezug auf gemeinsame Sitzungen einzelner Abteilungen (Physik mit Mathematik, Chemie u. s. w.) übermitteln und Beratungsgegenstände für diese Sitzungen bezeichnen zu wollen.

Gemäss einer in der letzten Vorstandssitzung der Gesellschaft getroffenen Verabredung soll einstweilen Mittwoch, der 19. September, für gemeinsame Sitzungen der beiden Hauptgruppen freigehalten werden. Die für diese Verhandlungen in Aussicht genommenen Gegenstände hofft die Geschäftsführung in kurzem bekannt geben zu können.

Der Vorstand der Abteilung für Physik.

Einführender:
Professor Dr. **Max Wien,**
Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

Schriftführer:
Dr. A. Denizot. **Soschinski.**

Aachen, im Februar 1900.

Für den
Vorstand der Deutschen Physikalischen Gesellschaft.
E. Warburg, z. Zt. Vorsitzender.

Berlin, im Februar 1900.

Verfahren und Apparate zur Erzeugung stereoskopischer Röntgenbilder auf dem Leuchtschirm;
von H. Boas.

Mitteilung aus der Allgemeinen Elektricitäts-Ges. Fabrik Schlegelstrasse.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 16. Februar 1900.)
(Vergl. oben S. 41.)

Der Arzt, der seinen Röntgenapparat zu diagnostischen Zwecken benutzt, um durch ihn Anomalien des Wachstums, Brüche oder Fremdkörper festzustellen, befand sich stets in der Zwangslage, die Tiefendimensionen des wahrgenommenen Bildes nach der Wahrscheinlichkeit sich geistig konstruieren zu müssen. Die Erfahrung und Übung kam ihm dabei zu Hülfe, sofern es sich um die Deutung von Fehlern im Aufbau der Knochen oder um Brüche derselben handelte. Sie versagte dagegen fast stets vollständig, sobald der geometrische Ort eines Fremdkörpers mit Sicherheit von ihm angegeben werden sollte. Und doch ist gerade in dem letztgenannten Falle der Erfolg der weiteren Behandlung oder gar eines operativen Eingriffes von der richtigen Erkenntnis der Tiefenlage abhängig. Als die Röntgentechnik noch in ihren ersten Anfängen war, wurde von einem Berliner Arzte, Herrn Dr. Levy-Dorn, ein Mittel vorgeschlagen, das der richtigen Deutung des auf dem Leuchtschirm gesehenen Schattenbildes in Bezug auf Tiefendimensionen zu Hülfe kommen sollte.

Nehmen wir an, im Unterarm sei ein Fremdkörper, z. B. eine Kugel, und wir halten den verletzten Arm derart vor den Leuchtschirm, dass wir Elle und Speiche in ihrem maximalen Abstande voneinander sehen, d. h. so, dass die Ebene, die durch die Axen der Knochen gelegt ist, der Schirmebene parallel ist, und wir sehen beispielsweise bei dieser Stellung die Kugel genau in der Mitte zwischen den Knochen.

Wird jetzt der Arm um seine Längsaxe gedreht, so wird die Kugel ihre relative Lage zu den Knochen in irgend einer Weise verändern. Aus dieser Veränderung ist es dem Geübten unschwer, einen ungefähren Anhalt über ihre wahre Lage zu erhalten. Die Methode ist einfach und leistet gute Dienste. Sie versagt ihre Hülfe aber in vielen dringenden Fällen, wo es nach den Umständen, sei es mit Rücksicht auf den Patienten, sei es aus technischen Gründen, nicht statthaft ist, die geforderte Lagenänderung vorzunehmen. Photographische Methoden wurden angegeben und angewandt, welche zwar an Genauigkeit nichts zu wünschen übrig lassen, weil am photographischen Bilde rechnerisch die gesuchten Daten mit beliebiger Genauigkeit gefunden werden können, aber diese Methoden sind umständlich, kostspielig und für den Arzt im allgemeinen unausführbar.

In neuester Zeit wurden sogar mehrfach Aufnahmen aus zwei verschiedenen Röhrenstellungen, die um die ungefähre Augenweite differierten, gemacht, die Bilder durch photographische Reproduktion verkleinert und dann die so erzeugten Positive im Stereoskop betrachtet.

Aus diesem allen ersieht man, dass das Streben nach Mitteln, die die Wahrnehmung der Tiefendimension ermöglichen, so alt ist, wie die ganze Technik der Beobachtung mit Röntgenstrahlen.

Der einfachste und sicherste Weg, das Erkennen der Tiefendimension zu gestatten, ist jedenfalls der Weg, der dazu führt, das flache Bild auf dem Schirm so zu verändern, dass es bei binokularer Betrachtung dem Beobachter körperlich erscheint. Die Theorie des stereoskopischen Sehens verlangt, dass die Bilder, welche auf der Netzhaut des Auges vom beobachteten Objekt entstehen, unter sich verschieden sind, d. h. zwei Centralprojektionen von zwei differenten Fluchtpunkten darstellen. Auf den hier vorliegenden besonderen Fall angewandt, ergiebt diese Theorie ohne weiteres die nötigen Konstruktionsprinzipien.

Die geforderten zwei verschiedenen Bilder können zwar nicht, wie sonst von den Augen selbst erzeugt werden.

Die Stelle der Augen mit ihrem gegenseitigen Abstande

muss hier die Röntgenröhre vertreten, die das Bild zuerst mittelbar hervorbringt und zwar derart, dass statt der üblichen einen Röhre deren zwei benutzt werden, oder aber auch eine, die besonders zu diesem Zweck mit zwei gesonderten Antikathoden konstruiert ist. Die Einrichtung muss weiter derart getroffen werden, dass die Röhren nicht gleichzeitig, sondern abwechselnd leuchten, um die Wahrnehmung jedes der sich teilweise überdeckenden Bilder durch je ein Auge zu ermöglichen. Diese beiden Röhren müssen durch zwei Funken-Induktoren in Thätigkeit gesetzt werden, da die Umschaltung des hochgespannten Sekundärstromes nicht wohl ausführbar ist.

Endlich muss noch ein Apparat vorhanden sein, der synchron mit den leuchtenden Röhren jedem Auge im richtigen Zeitpunkte den Durchblick gestattet oder verschliesst. Alle wesentlichen Konstruktionsgrundsätze sind damit gegeben, die sich auf alle Apparate, welche intermittierende Bilder erzeugen, anwenden lassen. So z. B. wäre es nach dieser Methode ein leichtes, die bekannten Kinematographenbilder körperlich erscheinen zu lassen, wenn die Aufnahme und Projektion durch zwei mit Phasenverschiebung, aber synchron laufende Apparate erfolgte, und die Bilder durch ein gleichfalls synchrones Stroboskop betrachtet würden. Thatsächlich ist ein solcher Vorschlag auch bereits von Rateau[1]) gemacht worden. Auch die Anwendung auf das Röntgenverfahren ist bereits erwähnt und zwar in einem Brief, den ein Herr Roulliès im April 1898 in der französischen Akademie niederlegen und am 16. Januar 1899 verlesen liess.[2]) Der Brief enthält in kurzer Zusammenfassung die Prinzipien, nach denen die Ausführung der Methode möglich wäre. Apparate, die die Richtigkeit der Methode beweisen und die Theorie in die Praxis umsetzen, hat der Verfasser aber nicht angefertigt, noch hat irgend jemand anders sich damit befasst. Und thatsächlich stellten sich auch früher eine Reihe von technischen Schwierigkeiten in den Weg, die erst überwunden werden mussten, ehe man mit Erfolg den Gegenstand verfolgen konnte.

Die Hauptschwierigkeit lag am Unterbrecher. Weder war

---

[1]) Rateau, Comptes rendus. 1898. p. 139.

[2]) Roulliès, Comptes rendus. 1899. p. 190.

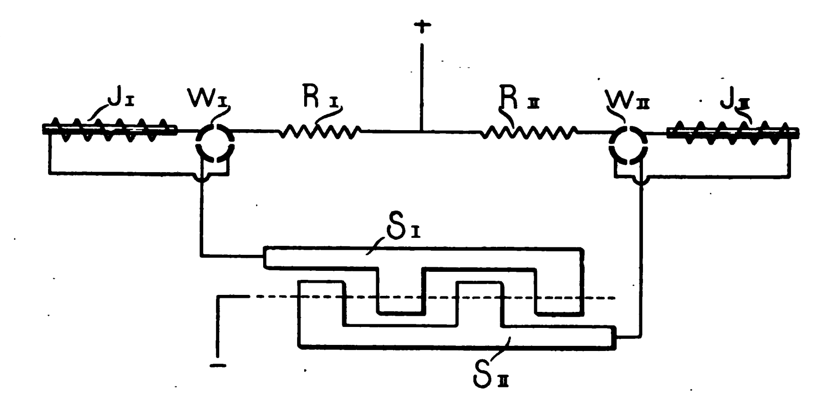
die Aufeinanderfolge der einzelnen Unterbrechungen schnell genug, noch ihre Phasenverschiebung genau genug. Im November 1897 konstruierte ich den bekannten Turbinen-Unterbrecher. Durch passende Abänderung der Konstruktion war es möglich, die genügende Anzahl, sowie die geforderte Regelmässigkeit der Stromstösse mit ihm zu erhalten. Im Herbst 1898 liess ich einige besondere Segmentringe zu dem Unterbrecher herstellen, die aber zum Teil anderweite Verwendung finden mussten. Im Frühjahr 1899 sandte ein Herr Dr. Destot aus Lyon, der dort ein Röntgeninstitut besitzt, eine Skizze von einem besonderen Segmentring an die Gesellschaft und bat um Ausführung. Die Skizze war technisch unausführbar. Die Gesellschaft bot ihm dagegen einen jener Ringe zum Kauf an. Im weiteren Verlauf der Verhandlungen offerierte er ihr eine Erfindung auf stereoskopische Röntgenapparate, die sie im Hinblick auf die von ihr bereits in Angriff genommenen Konstruktionen ablehnte. Die Veröffentlichung Roulliès war mir unbekannt geblieben, und erst vor kurzer Zeit wurde ich von befreundeter Seite darauf aufmerksam gemacht. In diesem Herbst nahm ich die Weiterführung der Arbeiten wieder auf und bin heute in der Lage, Ihnen einen vollständigen Apparat im Betriebe vorführen zu können.

Der Apparat, der die Schattenbilder auf dem Leuchtschirm körperlich wahrnehmen lässt, besteht im wesentlichen aus folgenden Teilen:

1. aus zwei Funkeninduktoren hier von 30 cm Funkenlänge, die auf einer gemeinsamen Marmorplatte montiert zur Befestigung an die Wand eingerichtet sind.
2. Einem Turbinen-Unterbrecher mit zwei voneinander isolierten Segmentringen zum wechselweisen Betriebe der beiden Funkeninduktoren und einer Einrichtung zum Anschluss und zur Phasenverstellung des Stroboskopes.
3. Einem besonderen Binokularstroboskop mit grossem Gesichtsfeld, welches mittelst biegsamer Welle mit dem Unterbrecher verbunden ist und in weiten Grenzen nach Belieben bewegt werden kann.

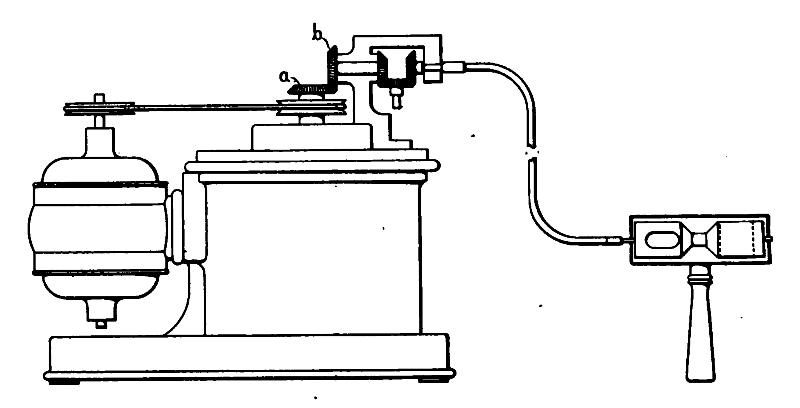
Der Schwerpunkt dieser ganzen Einrichtung liegt im Unterbrecher mit seinem Stroboskop. Das Gehäuse des Unterbrechers

ist das gleiche, wie bei dem normalen Apparate der Allgemeinen Elektricitäts-Gesellschaft, nur der Topf ist etwas grösser und die Montirung des Deckels ist eine abweichende. An Stelle des üblichen kupfernen Zwischenringes, der den Deckel mit dem eigentlichen Segmentring verbindet, um den Segmentring tief in die Flüssigkeit einzutauchen, ist hier ein Hartgummiring angesetzt. Dieser Ring trägt, durch Druckschrauben innen und aussen gehalten, zwei von einander isolierte konzentrische Segmentringe, deren Zähne aber auf demselben Kreise liegen. Jeder Ring besitzt zwei Zähne. Die Zahnbreite ist so gehalten, dass die Zähne des einen Ringes, in der Aussparung des anderen liegend, noch weit genug voneinander abstehen, um eine gute Unterbrechung zu sichern. Bei jeder vollen Umdrehung der Turbine werden also an beiden Ringen je zwei Stromschlüsse und Unterbrechungen stattfinden. Bezeichnet man die Zeit von einer Unterbrechung bis zur nächstfolgenden am selben Ringe als eine Periode, so liegen die entsprechenden Unterbrechungen am anderen Ringe gegen jene Zeit um eine halbe Periode verschoben.



Die beifolgende Figur, die den abgewickelten Ring und die Schaltung darstellt, wird dies verdeutlichen. Jeder der Ringe besitzt eine gesonderte isolierte Ableitung. Verfolgt man den Strom von seiner Eintrittsstelle, die beispielsweise den positiven Pol bildet, so teilt er sich in zwei Zweige. Der eine geht durch den Widerstand (R_1) zum Stromwender (W_1) in

die Primärspule des Induktors (J_1) von diesem durch den Segmentring (S_1) zum gemeinsamen Quecksilberpol des Unterbrechers und zur Leitung zurück. Der andere Zweig geht durch den Widerstand (R_2) und Stromwender (W_2) zum Induktor (J_2) von diesem zum Segmentring (S_2) und Quecksilber zur Leitung. Man sieht, dass bei dieser Anordnung beim Betriebe des Unterbrechers die beiden Induktoren wechselweise Stromstösse erhalten, deren Richtung in der Primärspule mittelst der Stromwender eingestellt werden kann.



An der Welle des Unterbrechers (siehe Figur) sitzt ein Kegelzahnrad (*a*), das in ein zweites Kegelrad (*b*) mit gleicher Zahnzahl, welches an horizontaler Welle gelagert ist, eingreift. Die Lagerung dieser Welle ist auf dem Unterbrecherdeckel befestigt. Die Horizontalwelle wird mit gleicher Geschwindigkeit wie die Hauptwelle rotieren. Diese Übertragung dient lediglich zur horizontalen Abführung der weiter angeschlossenen biegsamen Welle. Zwischen der biegsamen Welle und jener Horizontalwelle ist ein aus drei Kegelrädern bestehendes Differentialgetriebe angeordnet, das ebenfalls im Verhältnis 1 : 1 überträgt und dessen Zwischenlaufrad um die Axen der Horizontalwelle drehbar ist und an beliebigen Stellen festgeklemmt werden kann. Das Differentialgetriebe ermöglicht, die biegsame Welle gegen die Hauptwelle während des Laufes um beliebige Winkel bis zu 200 Grad zu drehen. Es kann somit dem Stroboskop jede beliebige Phasenstellung zur Unterbrechung gegeben werden.

Das Stroboskop besteht aus einem Rohr, das um seine

Axe drehbar gelagert ist und in der Mitte eine Einschnürung besitzt, sodass seine Peripherie dicht an die Augen herangebracht werden kann, ohne dass der Nasenrücken störte. Es ist eingeschlossen in ein Gehäuse, das an der Augenseite mit schlitzförmigen Diaphragmen versehen ist. An der Vorderseite ist es durch eine Platte mit zwei Öffnungen und aufgeschraubten Deckeln verschlossen, in die eventuell für die Augen des Beobachters passende Linsen eingesetzt werden können. Das Stroboskop Rohr ist in der Entfernung der Augenaxen derart mit Durchbohrungen versehen, dass die Axen der Bohrungen aufeinander senkrecht stehen. Rotiert die Trommel vor den Augen, so wird wechselweise dem rechten oder dem linken Auge der Durchblick gestattet. Aus leicht ersichtlichen Gründen tritt der stereoskopische Effekt bei der Beobachtung eines Röntgenbildes dann ein, wenn das von der rechten Röhre entworfene Bild mit dem linken Auge, das von der linken Röhré entworfene Bild mit dem rechten Auge beobachtet wird.

Setzt man die Apparate in Thätigkeit, sodass beide Röhren leuchten, bringt ein Objekt vor den Schirm, so gewahrt man mit unbewaffnetem Auge ein Bild mit Doppelkonturen und Kern und Halbschatten. Mit dem Stroboskop beobachtet, tritt bei richtiger Stellung eine scheinbare Verkleinerung ein und die Gegenstände zeigen sofort Tiefenausdehnung, während die nicht ganz fehlerfreie Schirmfläche wie ein Schleier aus der Bildebene herausritt. Die Methode eignet sich vorzüglich, namentlich um mit Hülfe geeignet angebrachter Kontrollmarken die Lage von Fremdkörpern festzustellen. Bei starken, schwer durchdringbaren Objekten tritt der Effekt nicht so klar ein, weil am Bilde meistens die nötigen Details, die zur Hervorbringung des Effectes natürlich notwendig sind, fehlen. Durch Vervollkommnung der Röhren wird man auch hier weiter kommen.

Nachteilig und für den Ungeübten störend wirkt die natürlich unrichtige, weil umgekehrte Perspektive. Bei der gewöhnlichen Beobachtung erscheinen gleichgrosse Gegenstände um so kleiner, je weiter sie vom Beobachter entfernt sind. Bei dieser Methode erscheinen dagegen die vom Beobachter entfernten Gegenstände vergrössert, da sie sich ja näher an den Röhren befinden und vom Schirm weiter abliegen. Im allgemeinen

tritt eine wesentliche Störung hierdurch in der Praxis nicht ein, da es dem Beobachter an der Kenntnis der wahren Grösse mangelt. Betrachtet man aber Gegenstände, die vor dem Schirm senkrecht zu seiner Ebene hin und her bewegt werden, so ist es doch schwer, aus dem stereoskopischen Effekte die Bewegungsrichtung festzustellen. Zum Glück für die Methode kommen derartige Fälle in der Praxis nicht vor. Dem Arzte wird in den Apparaten ein Hilfsmittel geboten, dass ihm in manchen schwierigen Fällen von grossem Nutzen sein wird. Aber auch physikalisch besitzt das Synchronstroboskop Interesse, da es über viele Vorgänge im Inneren der Röntgenröhre Aufschluss zu geben vermag, sodass es beim Studium der Erscheinungen des Funkens und der Entladung in gasverdünnten Räumen wohl häufig eine vorteilhafte Anwendung finden wird.

Druck von A. Haack, Berlin.

Jahrg. 2. Nr. 5.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 2. März 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Der bisherige Rechnungsführer Hr. **M. Planck** berichtet über die Einnahmen und Ausgaben des abgelaufenen Geschäftsjahres und legt die weiter unten abgedruckte Vermögensbilanz, sowie die Übersicht des Gewinn- und Verlustcontos der Gesellschaft vor.

Hr. **E. Lampe** beantragt, dem Rechnungsführer zugleich mit dem Danke für seine Mühewaltung die Entlastung für das abgelaufene Geschäftsjahr zu erteilen, da die von ihm in Gemeinschaft mit Hrn. **J. Lange** vorgenommene Revision der Rechnungen, Bücher u. s. w. alles in bester Ordnung ergeben habe.

Die vorgenommenen Wahlen geben dem Vorstand nunmehr folgende Zusammensetzung:

Hr. G. Quincke, Vorsitzender.

Hr. E. Warburg, Stellvertretender geschäftsführender Vorsitzender.

Hr. W. v. Bezold,
Hr. F. Kohlrausch,
Hr. O. Lummer, } Stellvertretende Vorsitzende.

Hr. M. PLANCK, Rechnungsführer.
Hr. E. LAMPE, } Revisoren.
Hr. J. LANGE,
Hr. B. SCHWALBE, Schriftführer.
Hr. U. BEHN, } Stellvertretende Schriftführer.
Hr. H. DU BOIS,
Hr. H. STARKE, Bibliothekar.
Hr. R. DEFREGGER, Stellvertretender Bibliothekar.

Durch Cooptation treten in den Vorstand ein:

Hr. A. KÖNIG als Herausgeber der Verhandlungen der Gesellschaft.
Hr. K. SCHEEL } als Redakteure der
Hr. R. ASSMANN } »Fortschritte der Physik«.

Als Mitglieder des wissenschaftlichen Ausschusses werden dann gewählt:

Hr. E. WARBURG;	Stellvertreter:	Hr. E. LAMPE.
Hr. W. v. BEZOLD;	„	Hr. M. PLANCK.
Hr. F. KOHLRAUSCH;	„	Hr. O. LUMMER.
Hr. G. QUINCKE;	„	Hr. E. WIEDEMANN.
Hr. L. BOLTZMANN;	„	Hr. E. RIECKE.
Hr. A. WÜLLNER;	„	Hr. M. WIEN.

Der von dem Rechnungsführer Hrn. **M. Planck** darauf vorgelegte Voranschlag für die Einnahmen und Ausgaben der Gesellschaft in dem neuen Geschäftsjahr wird einstimmig angenommen.

Hr. E. WARBURG legt der Gesellschaft vor

1. ein Manuskript des Hrn. **Ed. van Aubel**.

Reponse aux observations de Messieurs W. JÄGER et H. DIESSELHORST.

2. eine Mitteilung des Hrn. **L. Grätz**

über mechanische Bewegungen unter dem Einfluss von Kathodenstrahlen und Röntgenstrahlen.

Hr. **E. Warburg** spricht dann nach Versuchen von Miss M. KEITH, Hrn. Dr. G. WENDELL und Hrn. GEHRCKE

über die Wärmeleitung verdünnter Gase.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. F. AUERBACH in Jena.

Die Versuchsabteilung der Verkehrstruppen, vertreten durch Hrn. Major ZIELFELDER, Berlin W., Wilhelmstr. 101.

Vermögens-Bilanz
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft
vom 31. December 1899.

Activa.	Mark	Pf.	Passiva.	Mark	Pf.
Bibliothek	13 000	—	Capital-Conto	30 076	95
Effecten (Preussische Consols)	15 067	35	Friedr. Vieweg & Sohn	1 383	84
Depositengelder	3 398	86	Stiftungsfest-Conto	131	08
Versicherungs-Conto	37	60	Gewinn- und Verlust-Conto	800	71
Fortschritte der Physik. Bd. 54. (1898)	404	27			
" " " Bd. 55. (1899)	464	—			
Durchlaufende Rechnungen	20	50			
	32 392	58		32 392	58

Berlin, 28. Februar 1900.

M. Planck, Rechnungsführer.

Revidirt und richtig befunden: **E. Lampe. J. Lange.**

Gewinn- und Verlust-Conto

am 31. December 1899.

Debet.	Mark	Pf.	Credit.	Mark	Pf.
Bureaubeamter	289	50	Vortrag vom Jahre 1898	758	74
Bote. Diener	599	10	Beiträge von 156 Berliner Mitgliedern 1899. I.	1 560	—
Bücher, Zeitschriften	1 123	72	„ „ 158 „ „ 1899. II.	1 580	—
Buchbinder-Arbeiten	200	—	„ „ 122 Auswärtigen Mitgliedern 1899.	610	—
Bibliothek, Inventar	334	80	Zinsen von Werthpapieren	525	—
Verhandlungen	246	—	Zinsen von Depositengeldern	90	80
Fortschritte der Physik. Bd. 53. (Verlag)	118	62			
„ „ „ Bd. 53. (Redaktion)	544	44			
„ „ „ Bd. 48.	23	50			
Laufende Auslagen der Redakteure	59	30			
Versicherung	19	—			
Drucksachen, Schreibmaterialien	238	—			
Porti	361	65			
Extraordinaria	166	20			
Vortrag für das Jahr 1900	800	71			
	5 124	54		5 124	54

Vorstehender Etats-Abschluss ist von der Gesellschaft genehmigt.

Berlin, 2. März 1900. E. Warburg.

Über mechanische Bewegungen unter dem Einflusse von Kathodenstrahlen und Röntgenstrahlen;

von L. Graetz.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 2. März 1900.)

(Vergl. oben S. 51.)

---

1. Die in evakuierten Röhren auftretenden Rotationen von leicht beweglichen Körpern unter dem Einflusse von Kathodenstrahlen werden vielfach als Beweis für die Hypothese der geschleuderten Teilchen angesehen. Bei Röntgenstrahlen liessen sich solche Rotationen bisher nicht erzeugen, was zuweilen als Beweis dagegen angesehen wird, dass auch diese aus geschleuderten Teilchen bestehen. Indes beobachtet man in CROOKESschen Röhren beim allmählichen Evakuieren, dass die Rotation von passend aufgesetzten Körpern schon sehr bald anfängt, lange ehe noch merkliche Kathodenstrahlen auftreten. In den käuflichen Röhren sind auf die beweglichen Glasglocken etc. häufig Figuren aus phosphorescierender Masse aufgetragen. Man findet nun, dass die Glocke bereits rotiert, ehe noch diese Figuren phosphorescieren, so dass also danach die Kathodenstrahlen nicht unbedingt zur Rotation notwendig sind. Mit der Ausbildung kräftiger Kathodenstrahlen wird allerdings die Rotation bedeutend lebhafter. Evakuiert man aber weiter, so beobachtet man, dass, wenn das Vakuum sehr hoch getrieben wird, die Rotationen aufhören, obwohl immer noch kräftige Kathodenstrahlen vorhanden sind, die das Glas und die gemalten Figuren zu lebhafter Phosphorescenz bringen. Es ergiebt sich daraus, dass diese mechanischen Bewegungen schon eintreten, ehe merkliche Kathodenstrahlen vorhanden sind und wieder aufhören, während noch starke Kathodenstrahlen existieren, so dass also die Erklärung dieser Rotationen

jedenfalls nicht eine so einfache sein kann, dass der Stoss der bewegten Teile der Kathodenstrahlen die Rotation hervorbringt.

2. Es lassen sich nun aber auch durch passende Anordnungen bei Röntgenstrahlen sehr leicht derartige Rotationen hervorbringen und der Mechanismus, durch welchen diese zustande kommen, lässt sich hierbei vollständig aufklären, so dass man dadurch, da in evakuierten Röhren dieselben Bedingungen herrschen, auch die Erklärung für die Bewegungen unter Kathodenstrahlen gewinnt. Bisherige Versuche, etwaige Bewegungen unter dem Einfluss von Röntgenstrahlen zu finden, verliefen negativ. Es wurden Radiometer den Strahlen ausgesetzt[1]) und die Flügel rotierten nicht nur nicht, sondern es fand sogar eine Hemmung schon vorhandener Bewegungen statt, was offenbar auf elektrostatischer Anziehung beruht und auch so gedeutet würde[2]). Bei den Versuchen, über die hier berichtet wird, wurden leichte Körper aus dielektrischer Substanz, Paraffin, Schwefel, Ebonit, drehbar auf Spitzen aufgesetzt. Sie wurden zum Teil in der Form von Kugeln angewendet, wobei die Kugel in der Richtung des vertikalen Durchmessers durchbohrt, und die Bohrung oben durch ein Achathütchen zugeschlossen wurde. Es wurden ferner glockenförmige Körper benutzt, dann Körper, die aus zwei parallel-vertikal hängenden runden Scheiben aus dem Dielektrikum bestanden, die an einem Querstück aus Ebonit befestigt waren, in dessen Mitte ein Achat sass, oder endlich Körper, die eine Reihe von Scheiben speichenförmig an einem Mittelstück trugen, welches durch den Achat auf die Spitze gesetzt wurde. Die letzteren Formen der Körper eignen sich zur Demonstration der Bewegungen durch Projektion, welche bei Kugeln und Glocken nicht ohne weiteres möglich ist. Man kann auch metallische Scheiben, an einem isolierenden Querstück angebracht, aufsetzen. Diese verhalten sich im wesentlichen ebenso, wie die dielektrischen. Dagegen mit ganz metallischen Körpern (ohne Isolation zwischen den einzelnen Teilen) gelingen die Versuche nicht.

---

[1]) GOSSART und CHEVALLIER. C. R. **122.** p. 316. 1896.

[2]) RYDBERG. C. R. **122.** p. 715 1896. FONTANA und UMANI Rendic, Acc. Lincei (5) **5.** p 170. 1896.

Bringt man diese Körper, auf eine Nadelspitze aufgesetzt, zwischen zwei Condensatorplatten und bringt zwischen den Platten durch eine Hochspannungsbatterie oder eine Influenzmaschine ein constantes elektrisches Feld hervor, so bleiben die Körper in Ruhe. Sobald man aber durch eine Röntgenröhre (Voltohmröhre) Strahlen in dieses Feld hineinwirft, beginnen die Körper zu rotieren und drehen sich so lange, als die Bestrahlung dauert. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob die Strahlen von der Seite, oder von oben, oder von unten in das Feld hineingeworfen werden. Der Sinn der Rotation ist unbestimmt und hängt von der Anfangstendenz ab. Die Körper können sowohl in dem einen Sinne wie im anderen rotieren. Am einfachsten wird der Versuch so angestellt, dass man den Induktionsapparat selbst, mit dem man die Röntgenröhre betreibt, zur Erzeugung des constanten Feldes in der Weise benützt, dass man die Röntgenröhre mit den Condensatorplatten verbindet. Dann überwiegt die Spannung des Öffnungsstromes auch an den Condensatorplatten,und das Feld verhält sich wie ein constantes. Bei diesem Versuche waren Condensatorplatten von der Grösse, wie sie die KOHLRAUSCH'schen Condensatoren besitzen, angewendet. Die Röntgenröhre hatte dabei also immer einen nicht kleinen Abstand von dem drehbaren Körper. Die Erscheinung erweist sich als ein Analogon zu den von QUINCKE [1]) entdeckten Rotationen von Körpern in dielektrischen Flüssigkeiten. Diese beruhen, wie HEYDWEILLER zuerst [2]) dargelegt hat, auf der geringen Leitung der Flüssigkeiten, und sie erklären sich durch die elektrostatische Abstossung, welche jede geladene Condensatorplatte auf die durch Leitung gleichnamig geladene, ihr gegenüberliegende Stelle des drehbaren Körpers ausübt. Die Rotation hat ihr vollkommenes Analogon in dem bekannten Versuch der Kraftübertragung durch Influenzmaschinen, welche ebenfalls auf der Abstossung der geladenen Scheibe durch die Elektrode und der periodischen Neutralisierung der Ladung bei der Rotation beruht. Dass der Sinn der Rotation dabei kein bestimmter ist, ist ebenfalls aus den QUINCKEschen Ver-

---

[1]) QUINCKE, Wied. Ann. **59.** p. 417. 1896.

[2]) HEYDWEILLER, Verh. phys. Ges. **16,** p. 32. 1896. Wied. Ann. **69** p. 531. 1899.

suchen bekannt. Da die Luft durch Röntgenstrahlen ionisiert, etwas leitend wird, so verhält sie sich also ganz wie eine der Flüssigkeiten bei den QUINCKEschen Versuchen.

3. Wenn man aber die Condensatorplatten kleiner nimmt, etwa von 5 cm Durchmesser, so beobachtet man zwar an den ganz dielektrischen Körpern immer noch, dass der Sinn der Rotation ein beliebiger ist, aber wenn man den Körper, der aus zwei vertikalen Kupferscheiben mit verbindendem, isolierendem Querstück in das Feld bringt und die Strahlen von der Seite in das Feld dringen lässt, so kehrt sich die Richtung der Rotation um mit der Umkehrung des Feldes. Man findet leicht, dass auf die Richtung der Rotation die Stellung der Röntgenröhre einen Einfluss hat. Bezeichnet man eine von den beiden gleichen Condensatorplatten als 1, die andere als 2, und sieht man von 1 nach 2 hin, so kann die Röntgenröhre rechts oder links stehen. Steht sie rechts, so ergiebt sich, wenn 1 positiv, 2 negativ geladen ist, eine Drehung entgegengesetzt dem Uhrzeiger, bei Umkehrung des Feldes dreht sich die Richtung der Rotation um. Bringt man die Röntgenröhre links an, so findet bei der ersten Richtung des Feldes Rotation im Uhrzeigersinn, bei der zweiten gegen den Uhrzeiger statt. Die verschiedenen Fälle lassen sich in der Weise zusammenfassen, dass die Rotation immer von der positiv geladenen Platte über die Röntgenröhre zur negativ geladenen Platte geht. Lässt man die Röntgenstrahlen nicht von der Seite, sondern von oben in das Feld fallen, so bleibt der Sinn der Drehung wieder unbestimmt, wenn die ebene Antikathode genau senkrecht über der Mitte des drehbaren Körpers liegt; ist sie etwas nach rechts oder links gestellt, so findet wieder die Drehung in dem oben fesgestellten Sinne statt.

Dass die Lage der Röntgenröhre einen Einfluss auf die Rotation hat, führt naturgemäss dazu, anzunehmen, dass die Ladung, die die Wand der Röntgenröhre besitzt, den Rotationssinn bestimmt. Diese Wand ist immer negativ geladen, und sie muss also die positiv geladenen Teile des drehbaren Körpers, welche der positiv geladenen Condensatorplatte gegenüberliegen, anziehen. Dadurch erklärt sich die Richtung der Rotation in jedem Falle. Dass dieser Einfluss nur auf den metallischen

Körper, nicht auch auf die dielektrischen stattfindet, kann dann nur daher rühren, dass, wenn die durch Leitung positiv geladene Scheibe der Röntgenröhre sich zudreht, sie noch durch Influenz stärker positiv wird. Die Ladung wird dann bei der Weiterbewegung durch die Leitung neutralisiert und die Rotation dauert an. Bei den dielektrischen Körpern ist die Influenzwirkung geringer, und daher bleibt der Sinn der Rotation unbestimmt. Wenn das richtig ist, so muss man aber auch bei dielektrischen Körpern einen bestimmten Sinn der Rotation erzwingen können, wenn man nur die Röntgenröhre näher an dieselben bringt. Das ist in der That der Fall, und die Erscheinungen sind, wenn man sie allein, ohne die vorhergehenden Erklärungen betrachtet, sehr auffallend. Es wurde zu dem Zweck die eine Platte des Kohlrausch'schen Condensators entfernt und an ihre Stelle eine kleine Kugel angebracht. Der drehbare Körper befand sich zwischen Kugel und Platte. Man kann nun die Röntgenröhre nahe an den Körper heranbringen, und es lässt sich nun bei allen drehbaren Körpern, den leitenden sowohl wie den dielektrischen, der Sinn der Rotation durch Umkehrung des Feldes umkehren. Die Rotation geht auch hierbei immer von dem positiv geladenen Teil des Condensators über die Röntgenröhre zum negativ geladenen.

4. Indes sind hiermit die Erscheinungen noch nicht auf die einfachste Form gebracht. Man braucht nämlich schliesslich gar keinen geladenen Condensator, um die Rotation hervorzubringen, sondern es genügt, wenn man die drehbaren Körper einfach in der Luft in der Nähe der Röntgenröhre so aufstellt, dass sie bestrahlt werden. Die Rotation findet dann in sehr lebhafter Weise statt und zwar zunächst so, dass der Sinn der Drehung völlig unbestimmt bleibt, dass die Körper sowohl in dem einen Sinne als in dem anderen rotieren. Wenn man will, hat man hierin das vollständige Analogon zur Rotation von Körpern unter dem Einflusse der Kathodenstrahlen, nur dass letztere eben bloss in der evakuierten Röhre, diese aber in freier Luft vor sich gehen. Wollte man auch hieraus auf direkten Stoss von geschleuderten Teilchen schliessen, so würde man irren. Es zeigt sich nämlich, dass die Rotation aufhört, wenn man beliebige Substanzen, durch welche die

Strahlen hindurchgehen, zwischen die Röntgenröhre und den drehbaren Körper bringt. Stellt man eine Ebonitscheibe oder eine Aluminiumplatte dazwischen, so ist es nicht möglich, die Rotation zu erzeugen. Es beweist das, dass die Rotationen hierbei noch auf demselben Grunde beruhen wie vorher. Durch die Strahlen wird die Luft in der Nähe des drehbaren Körpers leitend gemacht. Das Glas der Röntgenröhre ist selbst negativ elektrisch. Dadurch wird nun ein Teil der Elektricität durch Leitung auf den Körper übertragen und durch die Abstossung der gleichnamigen Elektricitäten beginnt die Rotation. Sie wird dauernd aufrecht erhalten dadurch, dass die Ladungen des Körpers auf der entgegengesetzten Seite wieder durch Leitung fortgeführt werden.

Man kann auch bei diesen freien Rotationen den Sinn der Drehung nach Belieben bestimmen und ändern, wenn man in der Nähe der Röhre, seitlich von dem drehbaren Körper einen Metallstab, isoliert oder nicht isoliert, aufstellt. Schon ein eisernes Stativ, durch welches man den Stab, der die Spitze trägt, hält, genügt zu diesem Zweck. Es dreht sich dann der Körper immer in der Richtung von dem Stab zur Röntgenröhre, so dass man durch Umstellen des Stabes auch die Rotationsrichtung ändert. Der Stab wird hierbei durch Influenz von der Röntgenröhre zunächst positiv elektrisch, und man hat daher denselbeu Fall, der oben bei dem Condensator erörtert wurde.

5. Weitere Konsequenzen dieser Erscheinungen hier übergehend, möchte ich zum Schluss nochmals auf die Erscheinungen in Crookesschen Röhren zurückkommen. Es ist die Ansicht kaum abzuweisen, dass auch dort die Rotationen einfach auf elektrostatische Abstossung der geladenen Teile des Körpers und der Zerstreuung dieser Ladung durch Leitung beruhen. Die Kathodenstrahlen führen ihre negative Elektricität dem Körper zu und laden dessen zuzunächst liegende Teile. Diese werden von der Kathode abgestossen, und durch die Leitung des Gases in der evakuierten Röhre verlieren sie dann ihre Ladung, so dass die Rotation nicht zum Stillstand kommt, sondern dauernd fortgeht. Dadurch, dass man die Kathodenstrahlen durch Magnete auf

gewisse Partieen des Körpers bringen kann, kann man die Richtung der Rotation beeinflussen. Die Rotationen treten aber bei passender Anbringung des rotierenden Körpers schon auf, noch bevor Kathodenstrahlen sich merklich entwickeln. Man hat dann eben auch schon von der Kathode ausgehend, negative Teile, nur mit geringerer Geschwindigkeit, von der Anode ausgehend, positive, welche die gegenüberliegenden Teile laden und damit die Abstossung hervorbringen. Wird das Vakuum in der Crookesschen Röhre sehr hoch, so dass die Leitung des Gases in derselben sehr gering wird, so wird die auf dem drehbaren Körper erzeugte Ladung nicht mehr zerstreut und Rotationen finden dann nicht mehr statt.

Bisherige Versuche, ebensolche Rotationen, wie unter dem Einfluss der Röntgenstrahlen auch durch ultraviolettes Licht oder durch Radiumstrahlen hervorgerufen, haben keinen Erfolg gehabt. In letzterem Falle war das mir zur Verfügung stehende Präparat allerdings ein sehr wenig kräftiges.

München, Phys. Inst. d. Universität,
Febr. 1900.

Über das Gesetz der schwarzen Strahlung;

von M. Thiesen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 2. Februar 1900.)
(Vergl. oben S. 37.)

Den Begriff des (vollkommen) schwarzen Körpers gebraucht KIRCHHOFF 1862; gleichzeitig zeigte er, wie sich die von einem solchen Körper ausgesandte Strahlung unabhängig von der Existenz eines wirklich schwarzen Körpers verwirklichen lasse.[1]) Seitdem ist man gewohnt geworden, Strahlungen unabhängig von dem sie aussendenden Körper zu betrachten, und es empfiehlt sich daher, die Strahlung, welche die Eigenschaften der von einem schwarzen Körper ausgesandten hat, selbst mit einem besondern Namen, am einfachsten als schwarze Strahlung zu bezeichnen; das Paradoxe des Ausdrucks verschwindet bei näherer Überlegung, da sich der triviale und der wissenschaftliche Begriff der Schwärze doch nicht zur Deckung bringen lassen.[2])

KIRCHHOFF zeigte, dass die Energie der schwarzen Strahlung bei gegebener absoluter Temperatur T eine ganz bestimmte Funktion der Wellenlänge λ sei; wir werden mit $E d\lambda$ die Strahlungsenergie bezeichnen, welche die Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ umfasst. Das Gesetz der schwarzen Strahlung ist bekannt, sobald E als Funktion von T und λ gegeben ist.

Einen ersten wichtigen Schritt zur theoretischen Ableitung dieses Gesetzes machte Hr. BOLTZMANN,[3]) indem er nachwies,

---

[1]) G. KIRCHHOFF, Ges. Abhandl. S. 597.

[2]) Man kann z. B. behaupten, dass in einem dunkeln Raume schwarze Körper heller sind als weisse oder farbige.

[3]) L. BOLTZMANN, Wied. Ann. 22. S. 31 u. 291. 1884.

dass die Gesamtstrahlung, also die Grösse $\int_0^\infty E d\lambda$, der vierten Potenz der absoluten Temperatur proportional sei.

Weiter ging Hr. W. WIEN,[1]) welcher die Änderung bestimmte, welche jede Wellenlänge durch einen bestimmten Zuwachs der Gesamtenergie erfährt; in Verbindung mit dem Gesetze BOLTZMANN's führt das WIEN'sche Gesetz auf den Ausdruck

$$1. \quad E = T^5 \psi[\lambda T],$$

wo ψ das Zeichen einer noch unbekannten Funktion ist. Allerdings ist die von Hrn. WIEN gegebene Herleitung dieses Gesetzes nicht einwandfrei;[2]) doch lassen sich die Bedenken dagegen durch eine andere weiterhin gegebene Formulierung leicht beseitigen.

Dies WIEN'sche Gesetz ist von grosser Bedeutung. Zunächst wird dadurch die Funktion E von zwei Variabeln auf die Funktion ψ von nur einer Variable zurückgeführt; die Strahlung ist demnach vollständig bekannt, wenn sie beispielsweise für eine bestimmte Temperatur aber für alle Wellenlängen, oder für alle Temperaturen bei einer Wellenlänge gegeben ist. Ausserdem aber zeigt das Gesetz das Vorhandensein zweier Naturconstanten an, welche nur von der Einheit der Temperatur und von den drei mechanischen Einheiten abhängen; in Verbindung mit der Lichtgeschwindigkeit und der Constante des Anziehungsgesetzes erhält man also ein natürliches, von der Natur eines besonderen Körpers unabhängiges Mass für die Temperatur und die mechanischen Einheiten. Dies ist von

---

[1]) W. WIEN, Berl. Sitzungsber. S. 55. 1893 u. Wied. Ann. 52. S. 132. 1894 Die hier gegebene Formulierung des Gesetzes fehlt bei WIEN.

[2]) Hr. WIEN adoptiert die hier nicht ohne weiteres zulässige Vereinfachung der Betrachtung durch Zerlegung der Strahlung in drei aufeinander rechtwinklige Richtungen. Wie mir scheint, wird eine hierdurch eingeführte Ungenauigkeit compensiert durch eine eigentümliche Betrachtung, welche von der nicht näher begründeten Annahme ausgeht, dass eine Grösse, welche ihrer Natur nach, als Verhältnis zweier voneinander unabhängig unendlich klein zu setzenden Grössen, unbestimmt bleiben muss, als unendlich gross anzunehmen sei.

Hrn. PLANCK[1]) für eine speciellere, sogleich zu erwähnende Form des Strahlungsgesetzes ausgeführt worden, gilt aber auch schon für die allgemeine Form. Dann da ψ, wie leicht zu sehen, keine einfache Potenz sein kann, so muss eine Naturconstante von den Dimensionen des Arguments λT existieren; die zweite Constante ist schon durch das BOLTZMANN'sche Geset gegeben.

Die Funktion ψ muss gewissen Bedingungen genügen, welche sich formell am einfachsten erfüllen lassen, wenn man

$$2.\quad \psi[x] = \psi_m \left(\frac{x_m}{x} e^{1 - \frac{x_m}{x}} \right)^a ;\ 5 > a > 2$$

setzt; ψ_m und x_m sind die beiden Naturconstanten, gleichzeitig bezeichnet ψ_m den grössten Wert, welchen die Funktion für $x = x_m$ erreicht. Diese Formel mit dem speciellen Wert $a = 5$ ist von Hrn. WIEN[2]) zu begründen versucht worden; eine andere Ableitung, welche ebenfalls zu $a = 5$ führt, wurde von Hrn. PLANCK[3]) gegeben. Die allgemeinere Formel würde aus einer empirischen für die (nicht schwarze) Strahlung verschiedener Körper von Hrn. PASCHEN[4]) aufgestellten Formel durch Verbindung mit dem WIEN'schen Gesetze folgen; doch hat Hr. PASCHEN a durchschnittlich merklich grösser als 5 gefunden.

Wie die Hrn. LUMMER und PRINGSHEIM[5]) mitteilten, haben ihre Versuche zwar das durch 1. gegebene WIEN'sche Verschiebungsgesetz durchaus bestätigt, zeigen aber systematische Abweichungen von dem WIEN-PLANCK'schen Verteilungsgesetz (Formel 2. für $a = 5$). Ich fand nun gelegentlich, zunächst mittels des veröffentlichten Diagramms und dann genauer aus

---

[1]) M. PLANCK, Sitzungsber. d. Berl. Ak. S. 440. 1899 u. Ann. d. Phys. **1** S. 69, 1900.

[2]) W. WIEN, Wied. Ann. **58** S. 662, 1896.

[3]) M. PLANCK a. a. O. Hr. PLANCK hat inzwischen eine Ergänzung seines zunächst nicht lückenlosen Beweises in Aussicht gestellt.

[4]) F. PASCHEN, Wied. Ann. **58** S 487. Formel *D*. 1896.

[5]) O. LUMMER und E. PRINGSHEIM Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **1**. S. 215. 1899.

den von den Herren mir freundlichst mitgeteilten Originalzahlen, dass die Versuche durch Formel 2. sehr gut wiedergegeben werden, sobald man $\alpha = 4{,}5$ setzt. Dies Resultat wurde bestätigt durch die von Hrn. RUBENS[1]) discutierten Versuche des Hrn. BECKMANN und ist dann nachträglich noch wahrscheinlicher geworden durch die von den Hrn. LUMMER und PRINGSHEIM für grosse Wellenlängen angestellten Versuche[2]).

Es bleibt mir noch übrig, die Modification des Beweises für das WIEN'sche Verschiebungsgesetz zu geben, auf welches ich oben hinwies.

Im Raume v sei durch geeignete Wände eine Strahlung von der Dichte S eingeschlossen, davon komme auf die Wellenlänge λ (genauer: auf die zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegende Wellenlänge) der Teil $E[\lambda]\, d\lambda$. Die Strahlung soll vollständig zerstreut sein und, falls irgend welche Ungleichheiten in ihr entstehn, alsbald durch die Wände vollständig zerstreut gemacht werden.

In dem Raume bewege sich in Richtung ihrer Normale die Platte f mit der Geschwindigkeit $y' = \beta\upsilon$; hier sei y' die Lichtgeschwindigkeit, β eine kleine Grösse.

Wir greifen nun einen Wellenzug von bestimmter Richtung heraus. Diese Richtung soll mit der Bewegungsrichtung der Platte den Winkel ϑ bilden und ausserdem durch den Azimuthalwinkel φ bestimmt sein. Wir führen ausserdem noch ϑ_1 und υ_1 ein, welche die scheinbare Richtung und die scheinbare Geschwindigkeit der Wellenbewegung zur Platte bezeichnen und setzen zur Abkürzung $c = \cos\vartheta$; $c_1 = \cos\vartheta$. Dann ist die Dichte der Energie des so specialisierten Wellenzuges $\frac{1}{4\pi} E[\lambda]\, d\lambda\, dc\, d\varphi$ und das Volumen, welches die Strahlung solcher Art enthält, die im Zeitelement auf die Fläche f der Platte fällt, $\mp \upsilon_1\, c_1\, dt$. Wir erhalten also für die auf die Platte treffende Energie dieser Art $\mp \frac{1}{4\pi} f \upsilon_1\, dt\, E[\lambda] d\lambda\, c_1\, dc\, d\varphi$, oder, wenn wir in Bezug auf φ summieren $\mp \frac{1}{2} f\, \upsilon_1\, dt\, E[\lambda]\, d\lambda\, c_1\, dc$.

---

[1]) H. RUBENS, Wied. Ann. **69.** S. 576. 1899.

[2]) In der Sitzung vom 2. Februar dieses Jahres vorgetragen.

Diese Energie erleidet nun folgende Änderungen. Nach dem DOPPLER'schen Princip wird die Wellenlänge der Strahlung durch Reflexion an der Platte, die wir uns der etwas einfacheren Rechnung wegen als regelmässig spiegelnd vorstellen, aus λ in $\lambda \frac{1+\beta c}{1-\beta c}$ verwandelt. Ausserdem erfährt die Platte einen Druck, der nach MAXWELL in Richtung der Strahlung gleich der reflektierter Strahlung aber das Doppelte beträgt. Die durch Strahlungsdichte ist, wenn die Strahlung absorbiert wird, bei Bewegung der Platte geleistete Arbeit vermehrt daher die Energie wenigstens in erster Näherung um $-f y' dt.\, c^2. E[\lambda]\, d\lambda\, dc$.

Wir nehmen jetzt an, dass die bewegte Platte den Raum abschliesst und vernachlässigen höhere Potenzen von β; ferner nehmen wir c_1 als positiv an. Es wird dann $dv = f y' dt$.

Wir können nun zusammenfassend sagen: Von der ursprünglich vorhandenen Energie

$$v\, E[\lambda]\, d\lambda \text{ hat der Teil } \tfrac{1}{2} \frac{dv}{\beta} E[\lambda]\, d\lambda\, c_1\, dc_1$$

seine Wellenlänge um $2\beta\lambda c_1$ vergrössert, die durchschnittliche Vergrösserung der Wellenlänge beträgt daher

$$d\lambda = \frac{dv}{v} \lambda \int_0^1 c_1^2\, dc_1 = \frac{dv}{3v} \lambda.$$

Gleichzeitig wurde die Dichte der Energie geändert und zwar durch Zuführung von Energie verhältnissmässig um $-\frac{dv}{v}\int_0^1 c_1^2\, d\, c_1 = -\tfrac{1}{3}\frac{dv}{v}$; ausserdem aber noch durch die Änderung des Volumens um $-\frac{dv}{v}$, zusammen also um

$$\frac{dS}{S} = -\tfrac{4}{3}\frac{dv}{v}.$$

Fügen wir noch das auf den gewonnenen Grundlagen ohne weiteres abzuleitende Gesetz BOLTZMANN's hinzu:

$$\frac{dS}{S} = 4\frac{dT}{T},$$

so erhält man in der Beziehung

$$0 = \frac{d\lambda}{\lambda} + \frac{dT}{T}$$

das WIEN'sche Verschiebungsgesetz.

Wenn die Platte den Raum nicht abschliesst oder sich um gleiche Grössen hin und her bewegt, so erhält man (in erster Näherung ohne Änderung der Energie) eine Zerstreuung der Wellenlängen. Dabei bleibt aber in erster Näherung jede Strahlung ungeändert, für welche $E[\lambda]$ eine stetige Funktion ist; eine neue Bedingung für die Form der schwarzen Strahlung gewinnt man auf diesem Wege nicht.

Druck von A. Haack, Berlin

Jahrg. 2. **Nr. 6.**

Verhandlungen

der

Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 16. März 1900.

Vorsitzender: Herr G. QUINCKE.

Der Vorsitzende theilt mit, dass gestern der letzte der sechs Stifter der Gesellschaft

Gustav Karsten

Professor der Physik an der Universität in Kiel

gestorben ist. Im Auftrage der Gesellschaft wird der Vorstand ein Telegramm an die Hinterbliebenen abgehen lassen, das die herzlichste Antheilnahme ausspricht.

Die Anwesenden erheben sich zu Ehren des Verstorbenen.

Der Vorsitzende macht dann davon Mittheilung, dass das vor kurzem verstorbene frühere Mitglied, der Ethnologe Hr. Dr. F. JAGOR, der Gesellschaft tausend Mark testamentarisch vermacht hat.

Hr. **O. Lehmann**-Karlsruhe (als Gast) spricht darauf über die Struktur, das System und das magnetische Verhalten flüssiger Krystalle.

Dem von vielen interessanten Demonstrationen begleiteten Vortrage wird von der zahlreich besuchten Versammlung, zu der auch die Mitglieder befreundeter Gesellschaften eingeladen waren, lebhafter Beifall gespendet.

Ueber Struktur, System und magnetisches Verhalten flüssiger Krystalle;

von O. Lehmann.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 16. März 1900.)

(Vergl. oben S. 71.)

Auf die Existenz flüssiger Krystalle d. h. Körper mit gegesetzmässiger innerer Struktur wie Krystalle, welche aber fliessen und Tropfen bilden können wie Wasser, wurde zuerst von dem Vortragenden im Jahre 1890 hingewiesen.

Bedenken, welche von Quincke geltend gemacht wurden, dürfen als widerlegt gelten, theils durch die Untersuchungen von Reinitzer und Gattermann, welche zeigten, dass die in Frage stehenden Substanzen chemisch einheitlich sind, theils durch die Versuche von Schenk, Schenk u. Schneider, Abegg und Seitz und von Hulett, aus welchen mit Sicherheit hervorgeht, dass die Stoffe, nicht wie Quincke angenommen hatte, breiartige Struktur haben, sondern als vollkommen reine Flüssigkeiten aufzufassen sind.

Ob dieselben als Krystalle bezeichnet werden dürfen oder müssen, hängt davon ab, welche Definition des Krystallbegriffs gewählt wird.

Mit Retgers einen Krystall zu definiren als „ein von natürlichen ebenen Flächen umgrenztes festes Individium" ist unzulässig, denn einestheils sind Krystalle keine Individuen, sondern theilbare Dinge, anderntheils würden durch diese Definition alle durch Abschleifen oder Abspalten mehr oder minder verletzten Krystalle ausgeschlossen, während es doch keine Grenze zwischen vollkommenen und solchen beschädigten Krystallen geben kann.

Mit Groth einen Krystall zu definiren als „homogenen anisotropen festen Körper" geht ebenfalls nicht an, da verbogene oder durch fremde Zusätze (z. B. eingelagerte Farbstoffe)

chemisch und physikalisch inhomogen gemachte Krystalle (z. B. Sphärokrystalle) durch eine lückenlose Reihe von Uebergängen mit den vollkommenen Krystallen verbunden sind.

Einfach das Attribut „homogen" aus der Definition wegzulassen, ist auch unmöglich, da es viele anisotrope feste Körper gibt, welche keine Krystalle sind. Eine brauchbare Definition erhält man aber, wenn man die Wachsthumsfähigkeit der Krystalle berücksichtigt.

Einwendungen, welche hiergegen von Ostwald, Retgers und Schaum gemacht wurden, kommen ausser Betracht, wenn man berücksichtigt, dass Krystalle derart wachsen, dass die neu sich ansetzenden Schichten regelmässig orientirt sind gegen die vorhandenen d. h. dieselbe Art Anisotropie wie diese aufweisen. Man kann sich als Ursache eine besondere molekulare Kraft, die „molekulare Richtkraft" genannt werden mag, denken.

In sofern sich beim Verbiegen eines Krystalls der Widerstand der Elasticität geltend macht, könnte man vermuthen, dass die molekulare Richtkraft identisch sei mit Elasticität. Dann wäre aber jeder anisotrope feste Körper ein Krystall, denn jeder feste Körper ist elastisch. Es lässt sich auch zeigen, dass die molekulare Richtkraft mechanische Wirkungen hervorzubringen vermag (z. B. bei Umwandlung von Protokatechusäure oder beim Zusammenfliessen der Krystalle von ölsaurem Ammoniak), welche deren Grösse abschätzen und erkennen lassen, dass dieselbe viel beträchtlicher sein kann, als die Elasticität. Die Beobachtungen bei Azoxyanisol und Azoxyphenetol lehren, dass sie sogar dann auftreten kann, wenn Elasticität vollkommen fehlt. Die molekulare Richtkraft ist also nicht identisch mit der Elasticität.

Durch genaue Analyse des optischen Verhaltens der flüssigen Krystalle lassen sich gewisse Gesetzmässigkeiten bezüglich der Wirkung der molekularen Richtkraft finden. Die Molekule suchen sich bei Krystalltropfen möglichst der Oberfläche parallel zu richten. Bei den betrachteten Substanzen ist anzunehmen, dass die Molekule, deren Anisotropie dem monosymmetrischen System entspricht, auf jeder zur Oberfläche concentrischen Kugelfläche im Innern des Krystalltropfens auf Parallelkreisen um eine gemeinsame Achse — sie sei „Symme-

trieachse" genannt — angeordnet sind. Bei dicken Präparaten d. h. wenn die Tropfen in Folge der Schwere oder des hydrostatischen Auftriebs nur an einer Seite an eine feste Fläche (Objektträger, Deckglas) gepresst werden, stellt sich die Symmetrieachse von selbst senkrecht zu dieser Fläche (Erste Hauptlage). Bei dünnen Präparaten d. h. bei Tropfen, welche zwischen zwei parallele Glasflächen gepresst werden, stellt sich die Symmetrieachse diesen parallel (Zweite Hauptlage). Ausserdem tritt eine Störung der Struktur derart ein, dass die zuvor Parallelkreise bildenden Molekülreihen gegen zwei Punkte (Pole) convergiren, deren Verbindungslinie (Polachse) zur Symmetrieachse senkrecht steht. Ursache dieser beiden verschiedenen Einstellungen dürfte sein, dass dieselben dem Minimum der Deformationsarbeit entsprechen.

Blickt man auf einen Krystalltropfen in der Richtung der Symmetrieachse, so sieht man eine punktförmige Schliere mit rundem Hof „Kernpunkt"; blickt man in der Richtung senkrecht zur Symmetrieachse, so glaubt man im Innern des kugelförmigen Tropfens eine auf der Kante stehende Linse zu sehen. Im polarisirten Lichte erscheinen die Tropfen farblos-gelb dichroitisch. Zwischen gekreuzten Nicols werden naturgemäss die Stellen, wo die Hauptschwingungsrichtungen der Moleküle mit denjenigen der Nicols übereinstimmen, dunkel oder häufiger farbig, da in der Regel in Folge der Uebereinanderlagerung verschieden orientirter Moleküle für eine Farbe Circularpolarisation eintritt. Auch Drehung der Polarisationsebene kann sich aus gleicher Ursache geltend machen. Im magnetischen Felde (Stärke: 3000—8000) sucht sich die Polachse der Tropfen den Kraftlinien parallel zu stellen. Ausserdem suchen sich die Moleküle im Tropfen den Kraftlinien parallel zu richten entgegen der Wirkung der molekularen Richtkraft. Vollständige Compensation der letzteren durch die magnetische Kraft herbeizuführen, gelingt bei der benutzten Feldstärke nicht. Immerhin kann man durch den Vergleich ein Mass für die molekulare Richtkraft erhalten.

Fliessen zwei Krystalltropfen zusammen, so bleibt die Struktur der Theile zunächst erhalten; man erhält z. B. Tropfen mit zwei runden Kernpunkten und einem viereckigen Punkt

(»Convergenzpunkt« entsprechend dem Mittelpunkt des Lemniscatensystems welches nunmehr die Anordnueg der Moleküle bestimmt), oder mit zwei scheinbaren Einschnitten am Rande an Stelle des letzteren. Auch kann sich der eine Tropfen concentrisch in den anderen einlagern. Bei Aggregaten mehrerer Tropfen in erster Hauptlage ist die Zahl der Convergenzpunkte stets um eins kleiner als die der Symmetriepunkte. Die complicirteren Bildungen lassen sich ohne Beifügung von Abbildungen nicht wohl beschreiben. Nach und nach werden die von Anfang an kleineren Theile des Aggregats immer kleiner, his sie schliesslich verschwunden sind, während die anderen in gleicher Weise wachsen. Bei Aggregaten von Tropfen in zweiter Hauptlage zeigen die Pole ein Bestreben, sich zu nähern und sich zu vereinigen. Es scheint dies auf Anisotropie bezüglich der Viscosität hinzuweisen.

Dass die Tropfen anisotrop sind bezüglich der Reibung, geht daraus hervor, dass sie in aufsteigenden Flüssigkeitsströmen rotiren oder eine spiralige Verdrehung ihrer Struktur erleiden. Man kann aus diesen Rotationserscheinungen gewisse Schlüsse bezüglich der Gestalt der Moleküle und deren Beweglichkeit ziehen. Bei zusammengesetzten Tropfen führt das Rotationsbestreben zu einer wellenartigen Fältelung der Grenzen, welche zudem in Folge Aufrichtung der Moleküle an denselben scharf hervortreten.

Durch Deformation der Tropfen können die Kern- und Convergenzpunkte strichförmig verzerrt werden. Im Magnetfeld bleibt die Anordnung der Molekule nur in der Nähe der Kern- und Convergenzpunkte und auf schmalen, dieselben verbindenden Streifen erhalten, im Uebrigen stellen sich die Molekule parallel der Kraftlinien.

Durch Zusammenfliessen zu Krystalltropfen verschiedener Substanzen können Misch- und Schichtkrystalle erhalten werden. Es können sich aus dünnen geraden Streifen zusammengesetzte Tropfen bilden, wobei die Streifenbreite unter ein Zehntausendstel Millimeter heruntergehen kann, so dass Beugungsfarben entstehen.

Durch isotrope Zusätze wird die Doppelbrechung gemindert. Sie kann im Innern scheinbar verschwinden, wird aber durch Magnetismus wieder hergestellt.

Bei derartigen theilweise scheinbar isotropen Tropfen treten im polarisirten Lichte prächtige Farbenerscheinungen auf, namentlich bei Zufügung eines dünnen Glimmerblättchens, welche zu den schönsten der Optik gehören dürften.

Die Versuche beweisen, dass molekulare Richtkraft vorhanden sein kann, wenn Elasticität fehlt. Die Erscheinungen dürfen nicht verwechselt werden mit dem Auftreten von Doppelbrechung durch mechanischen Zwang, Elektricität oder dergl. Retgers, Ambronn), wenn auch hier die Ursache gleichfalls die Parallelrichtung anisotroper Molekule sein mag. Es fehlt die molekulare Richtkraft, daher sind solche künstlich doppeltbrechend gemachten Körper nicht als Krystalle zu betrachten.

Da alle möglichen Uebergänge von den Krystalltropfen zu starren Krystallen denkbar sind, muss das Attribut »fest» und der Definition des Krystallbegriffs gestrichen werden. Einwände, die von Tamann und Schaum gemacht wurden, lassen sich leicht ad absurdum führen.

Die flüssigen Krystalle können ohne weiteres in die bestehenden Krystallsysteme eingereiht werden. Dass sie wegen Wirkung der Oberflächenspannung keine polyedrische Gestalt annehmen können, ist nebensächlich. Es gibt Mittel, diese Wirkung der Oberflächenspannung zu beseitigen und flüssige Krystalle mit parallel gestellten Molekülen zu erhalten. Das Verfahren beruht auf dem Satz, dass der Umwandlungspunkt einer Substanz durch Contakt mit einer indifferenten Substanz geändert werden kann.

Das eigentliche Wesen der molekularen Richtkraft ist vielleicht in einer eigenthümlichen Wirkung der molekularen Stösse in Verbindung mit der Wirkung der Oberflächenspannung zu suchen. Vielleicht kommen auch molekulare elektrische Ströme d. h. kreisende elektrische Atome in Betracht. Gasförmige Krystalle kann es jedenfalls nicht geben.

Möglicherweise tritt auch bei lebenden Zellen eine Parallelrichtung anisotroper Moleküle durch starke magnetische Kräfte und dadurch Störung der Lebenserscheinungen ein, welche eine Untersuchung der Molekularkonstitution und der inneren Vorgänge bei der Lebensthätigkeit ermöglicht.

Réponse aux observations de Messieurs W. Jäger et H. Diesselhorst;

von Edm. van Aubel.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 2. März 1900)

(Vergl. oben S. 54.)

Les observations présentées par M. M. W. JÄGER et H. DIESSELHORST, dans la séance du 2 février dernier de la Société allemande de physique, ne peuvent rester sans une réponse de ma part. Ma petite communication avait pour but:

1. de rappeler que j'avais prouvé que la proportionnalité entre les conductibilités électriques et thermiques ne se vérifiait pas pour les alliages,
2. de contrôler, à l'aide des résultats des deux physiciens de l'Institut physico-technique de Charlottenbourg, une relation que H. F. WEBER avait déduite de ses mesures,
3. de prendre date pour des expériences actuellement en cours d'exécution.

Je n'ai jamais eu la pensée que M. M. W. JÄGER et H. DIESSELHORST auraient voulu s'approprier la conclusion d'un de mes travaux. Toutefois, en lisant leur réplique à ma note, il semble que, pour ma part, j'aie revendiqué un résultat que L. LORENZ aurait établi. Or ce physicien dans ses recherches, que j'ai d'ailleurs rappelées dans mon mémoire publié en 1895, n'a examiné, en fait d'alliages, que le laiton et le maillechort et, bien que ce dernier ait déjà une assez grande résistance électrique, les deux alliages étudiés satisfont beaucoup mieux que le bismuth et l'antimoine à la loi qui nous occupe. Le même savant, dans l'alinéa cité par M. M. W. JÄGER et H. DIESSELHORST, ne parle d'ailleurs que des m é t a u x, tandis que j'ai borné ma revendication aux a l l i a g e s.

D'autre part, le regretté GUSTAVE WIEDEMANN, en rendant compte des expériences de L. LORENZ dans son remarquable traité d'électricité (2e édition, tome 1, page 523; 1893), dit: »Nur bei einzelnen Metallen, Antimon, Wismuth, w e l c h e

blätterig sind, steigen die Coëfficienten $\frac{kw}{ke}$. « Il attribue donc les écarts observés á une autre cause qu'à la faible conductibilité de l'antimoine et du bismuth. C'est pour résoudre cette question qu'il m'avait semblé intéressant d'étudier les alliages ayant une grande résistance électrique, comme le bronze d'aluminium, le constantan, le ferro-nickel, et ne présentant pas la structure cristalline de l'antimoine et du bismuth. D'autre part, j'ai obtenu des écarts notablement plus grands que ceux qui avaient été signalés autérieurement. Autrement dit, mes recherches ont eu pour but d'étendre aux alliages la conclusion de L. LORENZ. Remarquons que M. M. W. JÄGER et H. DIESSELHORST ont trouvé également la plus grande valeur du rapport $\frac{\lambda}{x}$ $\left(\text{ou } \frac{kw}{ke}\right)$ pour le constantan.

Il me semble donc que j'avais lieu de regretter que les deux physiciens de l'Institut physico-technique de Charlottenbourg n'aient pas crû devoir mentionner d'autres recherches que celles de L. LORENZ.

En ce qui concerne la deuxième critique qu'ils me font, l'erreur commise provient de ce que, dans le grand traité d'électricité de GUSTAVE WIEDEMANN (2e édition, tome 1, page 521; 1893) où le mémoire de H. F. WEBER est résumé, il est question en deux endroits de la chaleur spécifique des métaux et qu'il n'est nullement spécifié qu'il s'agit de la chaleur spécifique rapportée à l'unité de volume. Bien que cette deuxième question ait été examinée par d'autres physiciens, j'avais crû utile de vérifier à nouveau la relation mentionnée, à l'aide des mesures nombreuses et précises de M. M. W. JÄGER et H. DIESSELHORST, d'autant plus que les déterminations des conductibilités calorifiques des métaux présentent entr'elles des écarts souvent notables et que l'on ne peut pas toujours expliquer par l'impureté des produits (voir à ce sujet l'appréciation de M. M. W. JÄGER et H. DIESSELHORST, à la page 724 de leur mémoire). Ces calculs conduisent d'ailleurs à une conclusion contraire à celle de H. F. WEBER.

Druck von A. Haack, Berlin

Jahrg. 2. Nr. 7.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 30. März 1900.

Vorsitzender: Hr. O. Lummer.

Hr. **O. Lummer** spricht in einem von Demonstrationen begleiteten Vortrage über

zu einander complementäre Interferenzerscheinungen im reflectirten Lichte.

Hr. **F. Kurlbaum** berichtet dann auf Grund von gemeinschaftlich mit Hrn. **O. Lummer** angestellten Versuchen

über das Fortschreiten der photometrischen Intensität mit der Temperatur.

Als Mitglied wird in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. H. Hauswaldt in Magdeburg-Neustadt.

Hr. Prof. Dr. K. Hensel hat seinen Austritt aus der Gesellschaft erklärt.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. Nr. 8.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 27. April 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **F. Neesen** führt

eine Kolben-Quecksilberluftpumpe

vor.

Hr. **O. Schönrock** spricht dann

über die Abhängigkeit der specifischen Drehung des Zuckers von der Temperatur.

Hr. M. Planck legt darauf eine Mitteilung des Hrn. **J. Stark** in Göttingen vor:

über elektrische Wirkungen einer partiellen Erhitzung eines durchströmten Gases.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. J. Friedländer, Berlin W., Regentenstrasse 8.

Hr. Geh. Rat Prof. Dr. W. Voigt in Göttingen.

Vorführung einer Kolben-Quecksilberluftpumpe; *von F. Neesen.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 27. April 1900.)

(Vgl. oben S. 81.)

Bei dem neuen von Hrn. Burger in Berlin angefertigten Modell ist zunächst an Stelle einer Kugel als Stiefel ein liegender Cylinder verwandt, eine Maassnahme, welche schon früher beschrieben worden ist. Dieselbe hat sich in mehrfacher Richtung bewährt. Erstens stellt sich der Kostenpreis etwas niedriger, auch für etwaige Reparatur bei Bruchschaden, zweitens gewinnt man an Druckhöhe, drittens werden die Bewegungen des Quecksilbers sehr viel rascher gedämpft. Hierdurch wird das Anschlagen des Quecksilbers gegen die Glaswände, sowie das Festdrücken von Luftblasen gegen diese Wände erheblich vermindert.

Neu ist die Anordnung der Vorrichtung zum selbstthätigen Betrieb unter Benutzung einer Vorpumpe.

Es muss hierbei das Quecksilberreservoir, aus welchem das Quecksilber in den Stiefelraum hineingedrückt wird, abwechselnd mit der Vorpumpe und mit der äusseren Luft in Verbindung gesetzt werden. Das geschieht durch einen Hahn, wie solcher schon bei früheren Constructionen benutzt ist. Der Hahn wird gesteuert durch ein Gegengewicht an einem Arm und ein an einem zweiten Arm hängendes kleines Glasgefäss A, welches gelenkig (Gummischlauch) mit den beiden Rohrenden verbunden ist, welche von dem Stiefel zum Quecksilberreservoir, bez. von letzterem zum Hahn führen.

Bei Beginn des Pumpens ist daher A mit Quecksilber gefüllt und hält den Hahn so, dass das Reservoir mit der äusseren Luft in Verbindung steht. Die Vorpumpe saugt Luft aus dem Stiefel; das Quecksilber wird aus dem Reservoir in diesen hineingedrückt; dabei entleert sich auch das kleine Gefäss A, sodass das Uebergewicht den Hahn umschlägt. Nun tritt im Reservoir Luftverdünnung ein, infolge dessen das Quecksilber aus dem Stiefel nach dem Reservoir zurück-

strömt. Gefäss A füllt sich somit ebenfalls mit Quecksilber, wird schwerer und schlägt zur richtigen Zeit den Hahn wieder in die Anfangsstellung, worauf das Spiel von neuem beginnt.

Auch bei dieser Pumpe strömt das Quecksilber von oben in den Stiefel; die im Früheren bemerkten Vorteile dieser Anordnung bewähren sich dauernd. (Absolute Sicherheit gegen das Zertrümmern beim Einströmen des Quecksilbers; bessere Luftverdünnung deshalb, weil der Recipient während der ganzen Zeit des Ausströmens des Quecksilbers aus dem Stiefel mit dem letzteren offen verbunden ist; Möglichkeit, zu viel abgesaugte Luft wieder in den Recipienten einzuführen.)

Ueber elektrische Wirkungen einer partiellen Erhitzung eines durchströmten Gases[1]; *von J. Stark.*

(Vorgelegt in der Sitzung vom 27. April 1900.)

(Vgl. oben S. 81.)

---

1. Literatur und Fragestellung.

Erhöht man die Temperatur eines verdünnten Gases, so wird seine dielektrische Festigkeit und darum die Entladespannung in ihm kleiner.[2])

Wird die Temperatur eines verdünnten Gases über ungefähr 1500° erhöht, so nimmt es die Eigenschaften eines Leiters an; die Entladespannung in ihm ist beliebig klein; die Entladung ist dunkel; die Stärke des durchgehenden Stromes nimmt nahezu proportional der elektromotorischen Kraft zu.[3])

Eine Entladung, welche die gewöhnlichen Leuchterscheinungen zeigt, ändert ihren Charakter, indem sie allmählich dunkel wird, wenn man die Entladeröhre langsam bis zu 300° erwärmt.[4])

Wird in einer leuchtenden Partie einer Entladung ein Körper bis zur Weissglut erhitzt, so wird in dessen Nähe das Gas elektrisch nicht mehr zur Phosphorescenz angeregt.[5])

Es lag nun die Frage nach den elektrischen Wirkungen (Einfluss auf Stromstärke und Spannungsabfall) nahe, welche dadurch hervorgerufen werden können, dass ein stromdurchflossenes Gas an einer Stelle (partiell) durch einen eingeführten Heizkörper erhitzt wird. Eine Antwort auf diese Frage war einmal im Interesse einer tieferen Erkenntnis der zuletzt erwähnten Wirkung wünschenswert, sodann durfte man hoffen, eine neue Seite der Gasentladung kennen zu lernen.

---

1) Eine ausführliche Abhandlung über diesen Gegenstand wird demnächst in den „Annalen der Physik“ erscheinen.

2) J. Stark, Wied. Ann. **68.** p. 922. 928. 1899.

3) J. Stark, Wied. Ann. **68.** p. 942. 1899.

4) G. C. Schmidt, Physik. Zeitschr. **1.** p. 251. 1900.

5) J. Stark, Ann. d. Physik **1.** p. 428. 1900.

2. Versuchsanordnung.

Ich habe die elektrischen Wirkungen einer partiellen Erhitzung eines durchströmten Gases mit Hülfe folgender Mittel und Versuchsanordnung untersucht.

Als verdünntes Gas diente trockene Luft. Die verwendeten Röhren waren 22—39 mm weit, 18—25 cm lang; als Elektroden dienten Scheiben oder Stifte aus Aluminium.

Als Heizkörper wurden schmale Kohlenbügel verwendet; sie wurden mit ihrer Ebene senkrecht zur Röhrenaxe gestellt; sie besassen eine Normalspannung von 40 oder 90 Volt. Sie wurden mit Hülfe einer gut isolirten Accumulatorenbatterie erhitzt; ein regulirbarer Widerstand gestattete die Klemmspannung der Kohlenfäden zu verändern, diese wurde an einem Voltmeter abgelesen.

Der Strom durch die Entladeröhre wurde einer gut isolirten Hochspannungsbatterie von 1500 kleinen Accumulatoren entnommen. Der Kreis durch das verdünnte Gas setzte sich aus folgenden Teilen zusammen: Hochspannungsbatterie, Commutator, Entladeröhre, Ampèremeter (1 Scalent. = 0,076 Milliamp.), Telephon, Widerstand, Hochspannungsbatterie.

Beobachtet wurde die Aenderung der Stromstärke infolge der Erhitzung und zwar am Ampèremeter. Ferner wurde gemessen die Spannungsdifferenz zwischen zwei Querschnitten der Gassäule, zwischen denen der heizende Kohlenfaden lag. Bewerkstelligt wurde diese Messung in folgender Weise nach Hittorf.[1]) In je 12—15 mm Abstand vom Kohlenfaden tauchten zwei Aluminiumdrähte in die Röhre senkrecht zu deren Axe. Diese zwei Sonden, ein Condensator und ein ballistisches Galvanometer, waren in zweckdienlicher Weise durch eine Wippe miteinander verbunden. Die Spannungsdifferenz wurde also durch den Ausschlag im Galvanometer gemessen; 5,8 Scalenteile entsprachen 1 Volt.

Diese Art der Messung hat zur Voraussetzung, dass der Gasstrom stetig oder wenigstens derartig sei, dass er den Condensator auf eine constante Höhe lädt. Die Messungen wurden demgemäss nur dann ausgeführt, wenn das Telephon schwieg.

---

1) W. Hittorf, Wied. Ann. 20. p. 712. 1883.

Alle Teile der ganzen Versuchsanordnung waren durch Paraffin oder Hartgummi gut isolirt.

3. Resultate.

Ich teile hier keine Zahlen, sondern nur folgende Resultate meiner Messungen mit.

Die leuchtenden Räume (negative Glimmschicht, positive Lichtsäule, leuchtende positive Schichten) zeigen alle das gleiche Verhalten. Wird in ihnen der Heizkörper auf Rot- oder Weissglut erhitzt, so nimmt die Stromstärke immer zu und die Spannungsdifferenz zwischen benachbarten Querschnitten im Heizgebiet wird kleiner, und zwar um so mehr, je höher die Temperatur des Heizkörpers ist.

Die dunklen Räume (dunkler Kathodenraum, Trennungsraum, dunkle positive Schichten) verhalten sich untereinander ebenfalls gleich. Mit zunehmender Temperatur des Heizkörpers in ihnen nimmt die Stromstärke erst langsam ab, steigt dann bei beginnender Weissglut wieder zu ihrer früheren Höhe und wächst bei intensiver Weissglut über diese hinaus. In analoger Weise wird in den dunklen Räumen die Spannungsdifferenz durch die Erhitzung bis zur Hellrotglut erhöht, bei intensiver Weissglut erniedrigt.

Bemerkt mag hier noch folgendes werden. Nach den Messungen von Mebius[1]) und Herz[2]) kann man die Spannungsdifferenz zwischen zwei Querschnitten im positiven ungeschichteten Licht durch die Formel $v = a + \alpha i$ darstellen, wo i die Stromstärke, a und α Constanten bedeuten. Ich fand diese Formel bei engen Röhren ebenfalls bestätigt und bei Erhitzung folgendes. Mit zunehmender Temperatur wird a immer kleiner und nähert sich Null; α ist bei mässiger Erhitzung negativ, wie bei Mebius und Herz, bei stärkerer Null, bei intensiver Weissglut des Kohlenfadens ist es positiv.

4. Würdigung und Erklärungsversuch.

Aus Graham's[3]) Curven des Spannungsgefälles in einem Gasstrom ist zu ersehen, dass das verdünnte Gas da, wo das

1) C. A. Mebius, Wied. Ann. **54**. p. 537. 1895.
2) A. Herz, Wied. Ann. **54**. p. 250. 1895.
3) E. Graham, Wied. Ann. **64**. p. 49. 1898.

Spannungsgefälle ein relatives Maximum hat, zur elektrischen Phosphorescenz angeregt wird, und dass es da, wo das Gefälle ein Minimum hat, dunkel bleibt. Da durch Erhitzung das Gefälle in einem leuchtenden Raume erniedrigt, also ein Minimum in die Curve des Gefälles gedrückt wird, so ist nach dem eben Gesagten verständlich, dass ein verdünntes Gas in der Nähe eines weissglühenden Körpers elektrisch nicht zur Phosphorescenz angeregt wird.

Das Ergebnis, dass sich die leuchtenden Räume gegenüber einer Erhitzung untereinander gleich verhalten, ebenso wie die dunklen, steht im Einklang mit der Vorstellung[1]), dass die verschiedenen Teile einer Entladung durch ein verdünntes Gas nicht wesentlich voneinander verschieden sind.

Auffallen muss uns der merkwürdige Unterschied in dem Verhalten der leuchtenden und der dunklen Räume. Zur Erklärung dieses Unterschiedes habe ich mir auf Grund der vorliegenden Ergebnisse und gewisser Ueberlegungen folgende Vorstellung von den Vorgängen in den leuchtenden und dunklen Räumen gebildet.

In den leuchtenden Räumen werden durch elektrische Kräfte die Gasmolecüle in leitfähige Teilchen zerrissen oder es werden unter Verlust elektrischer Energie und Sinken der elektrischen Kräfte Ionen gebildet; in Ermangelung hindernder elektrischer Kräfte treten darauf die Ionen wieder zu Molecülen zusammen, um bald darauf, nachdem die elektrischen Kräfte wieder angewachsen sind, abermals getrennt zu werden. Durch diesen Wechsel von Ionen- und Molecülbildung wird das verdünnte Gas zum Leuchten angeregt.

In den dunklen Räumen findet keine derartige abwechselnde Ionen- und Molecülbildung statt zum Zweck des elektrischen Ausgleiches. Dieser erfolgt hier entweder auf Grund dauernd vorhandener Dissociation oder besteht in einer elektrisch getriebenen Fortbewegung von Ionen, die von den leuchtenden Partien herkommen.

Wird nun ein dunkler Raum erhitzt, so werden die in ihm vorhandenen Ionen zerstreut und verdünnt, sodass in gewissem

---

1) E. Goldstein, Wied. Ann. 11. p. 572. 1879; W. Wien, Wied. Ann. 65. p. 451. 1898.

Sinne der Widerstand erhöht wird. Bei mässiger Erhitzung muss darum der Spannungsabfall vergrössert werden; bei sehr starker Erhitzung, wenn die zerstreuten Ionen durch die thermische Ionenbildung mehr als ersetzt werden, ist dagegen eine Verkleinerung des Abfalles zu erwarten.

In den leuchtenden Räumen wird auch bei mässiger Erhitzung die dielektrische Festigkeit, die bei der Ionenbildung überwunden werden muss, vermindert, die elektrische Ionenbildung also erleichtert; und bei starker Erhitzung kommt diese infolge der thermischen Ionenbildung überhaupt in Wegfall. Darum wird in den leuchtenden Räumen sowohl durch mässige wie starke Erhitzung der Spannungsabfall vermindert.

Göttingen, Phys. Inst. d. Univ., Ostern 1900.

Ueber das Fortschreiten der photometrischen Helligkeit mit der Temperatur; von O. Lummer und F. Kurlbaum.

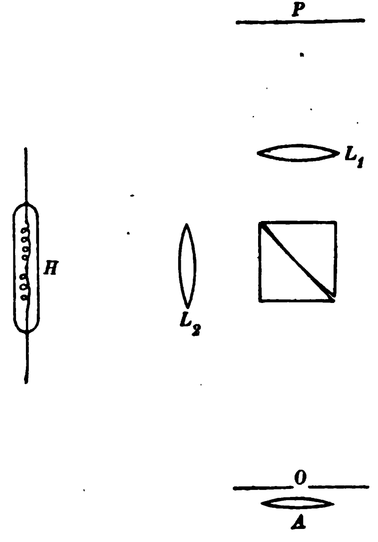
(Vorgetragen in der Sitzung vom 30. März 1900.)

(Vgl. oben S. 79.)

Durch die Verwirklichung des theoretisch schwarzen Körpers ist eine wohl definirte und unveränderliche Oberfläche gegeben, deren Temperatur genau gemessen werden kann. Die photometrische Helligkeit dieser Oberfläche ist mit den heutigen Mitteln der Photometrie leicht bis auf ein Procent zu messen. Eine Schwierigkeit entsteht erst dann, wenn es sich um sehr geringe Helligkeiten, also um niedrige Temperaturen, oder wenn es sich um verschieden gefärbte Lichtquellen handelt. Da es wünschenswert erschien, bei möglichst tiefen Temperaturen zu beginnen, so war die gewöhnliche photometrische Anordnung, bei welcher die Lichtquelle zunächst einen weissen Schirm und erst von diesem aus den photometrischen Würfel beleuchtet, zu lichtschwach.

Deshalb wurde folgende Anordnung für die Vorversuche getroffen (vgl. Figur, p. 90). Den zwei Seiten eines Lummer-Brodhun'schen Würfels standen die Linsen L_1 und L_2 gegenüber. Vor der Linse L_1 stand ein elektrisch geglühtes Platinblech P, von dem ein Bild in der Ebene der Oeffnung O entworfen wurde, sodass für das beobachtende Auge A stets die Pupille ausgefüllt war und die Linse, abgesehen von Reflexionsverlusten, mit der Helligkeit des Platinbleches leuchtete. Ebenso stand vor der Linse L_2 der aus Platinblech gefaltete, vollkommen abgeschlossene Hohlkörper H, welcher in seinem Innern ein isolirt eingeführtes Thermoelement enthielt, und gleichfalls

elektrisch geglüht wurde. Das Bild seiner ebenen, gleichmässig glühenden Vorderfläche fiel gleichfalls auf die Oeffnung O, sodass beide Platinflächen durch Stromregulirung leicht auf gleiche Helligkeit gebracht werden konnten.[1]) Dann wurde die Temperatur des Hohlkörpers abgelesen und durch einen rotirenden Sector die von ihm zum Auge gesandte Helligkeit



um einen bestimmten Bruchteil geschwächt, sodass erst wieder nach Steigerung der Temperatur photometrische Gleichheit bestand.

Sind H_1 und H_2 die beiden photometrischen Helligkeiten des Hohlkörpers und T_1 und T_2 die beiden zugehörigen absoluten Temperaturen, so kann

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^x$$

gesetzt werden, wobei x nur innerhalb des kleinen benutzten Temperaturintervalles gültig ist. So wurden, bei verschiedenen

1) Diese Anordnung gestattet auch sehr kleine Flächen, z. B. die des schwarzen Körpers zu vergleichen, da wie erwähnt die ganze abbildende Linse mit der Helligkeit der abgebildeten Fläche leuchtet.

Temperaturen beginnend, die in der folgenden Tabelle angegebenen Werte von x gefunden.

T abs.	900	1000	1100	1200	1400	1600	1900
x	30	25	21	19	18	15	14

Aus diesem rapiden Anwachsen der photometrischen Helligkeit ist ersichtlich, ein wie scharfes Kriterium hierdurch für Gleichheit der Temperatur, z. B. innerhalb des schwarzen Körpers, gegeben ist.

In der angegebenen Weise lässt sich die Schwierigkeit der farbigen Photometrie vermeiden, die jedem, der sich zum ersten Male mit ihr beschäftigt, ein sehr unbehagliches Gefühl der Unsicherheit verursacht. Es kommt jedoch ein glücklicher Umstand zu Hülfe, dass nämlich im Moment der photometrischen Gleichheit der farbigen Felder die sonst sehr scharfen Grenzkanten verwaschen werden.[1]) Da auch verschiedene Beobachter mit normalen Augen stets angenähert dieselbe Einstellung für die photometrische Gleichheit finden, so kann man sich wohl auf dies Kriterium verlassen. Die bisher nach dieser direeten Methode gemachten Controlversuche ergeben innerhalb der Beobachtungsfehler nahe dieselben Werte von x, sodass sich auch direct die photometrische Helligkeit als Function der Temperatur finden lässt. Diese Function wird ausser für blankes Platin auch für den schwarzen Körper bis zu den höchstmöglichen Temperaturen genau bestimmt werden. Durch photometrische Vergleichung beider Körper mit der Sonne sollen mit Hülfe der Extrapolation obiger Functionen Schlüsse auf die Temperatur der Sonne gezogen werden.

Da man sowohl für diese beiden Körper das Fortschreiten der thermischen Energie der einzelnen Spectralbezirke mit der Temperatur[2]), als auch die Empfindlichkeit des Auges für diese

1) Vgl. die Photometrischen Untersuchungen Nr. IV von O. Lummer u. E. Brodhun, Zeitschr. f. Instrumentenk. 12. p. 41. 1892.

2) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 1. p. 23—41 u. p. 215—235. 1899.

Bezirke[1]) kennt, soll ferner auch rein rechnerisch das Fortschreiten der photometrischen Helligkeit mit der Temperatur gefunden werden. Es ist daher von Interesse einerseits die Daten für die Empfindlichkeit des Auges experimentell zu prüfen, andererseits die Empfindlichkeit des Auges für die verschiedenen Spectralbezirke aus den Beobachtungen über das Fortschreiten der Helligkeit mit der Temperatur neu zu berechnen.

1) S. P. LANGLEY, Sill. Journ. (3) **36**. p. 359. 1886.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. **Nr. 9.**

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 11. Mai 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **H. Boas** bespricht und demonstrirt
eine automatische Sprengelpumpe.

Hr. E. Warburg legt darauf eine Mitteilung des Hrn. **H. Ebert** vor über
die Dimensionen des dunklen Kathodenraumes bei verschiedenen Gasen.

Hr. **P. Lewis** (a. G.) berichtet
über den Einfluss kleiner Beimengungen zu einem Gase auf dessen Spectrum.

Als Mitglied wird in die Gesellschaft aufgenommen:
Hr. Dr. F. Frankenhäuser, Assistent an der medic. Univ.-Poliklinik, Friedenau, Hauffstrasse 13.

Fortschritte der Physik.

Hierdurch gestatten wir uns darauf hinzuweisen, dass die „Fortschritte der Physik" auch weiter möglichst schnell erscheinen werden, und teilen mit, dass die Bände für 1898, Abteilung I, II, III seit einiger Zeit erschienen sind und von unseren Mitgliedern zum Buchhändler-Nettopreise bezogen werden können. Wir bitten die Mitglieder unserer Gesellschaft, hiervon Gebrauch zu machen.

Der Vorstand
der Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Am 6. bis 12. August 1900 wird in **Paris** ein

Internationaler Congress für Physik

stattfinden. Nachfolgender Auszug aus dem Rundschreiben des Organisationscomités wird hiermit zur Kenntnis der Mitglieder gebracht:

„Nous avons l'honneur de vous rappeler que le Congrès international, dont la Société française de physique a pris l'initiative, se réunira à Paris, le 6 août 1900, au Palais des Congrès de l'Exposition universelle.

Les séances suivantes se tiendront du 6 au 12 août à l'Hôtel de la Société d'Encouragement, rue de Rennes, 44 (siège de la Société française de physique).

Le programme des travaux du Congrès comportera trois parties:

1. Communications diverses et conférences sur quelques questions nouvelles;
2. Visites à l'Exposition, à des laboratoires, à des ateliers;
3. Rapports et discussions sur des sujets arrêtés à l'avance.

La Commission d'organisation a dû se préoccuper tout d'abord, plus particulièrement, de cette troisième partie. Elle a estimé qu'il y aurait un très grand intérêt à étendre, dans la mesure la plus large, la liste des sujets qui doivent faire l'objet de rapports. Alors même que certaines questions se prêteraient peu à une discussion orale, il serait sans doute fort utile, pour toutes les personnes qui s'intéressent à la physique, de lire un exposé critique, succinct et précis, de l'état actuel de la science sur tous les sujets les plus importants.

Vous trouverez ci-après le nom des auteurs qui ont bien voulu, jusqu'à présent, promettre leur collaboration, avec le titre des rapports qu'ils ont accepté d'écrire. Cette liste vous permettra de vous rendre compte de l'ampleur que la Commission a cherché à donner à cette partie de son œuvre.

La plupart de ces rapports, qui seront tous écrits en français, pourront, sur leur demande et avant l'ouverture du

Congrès, être communiqués en épreuves aux personnes qui auront adhéré au Congrès et qui s'intéressent plus spécialement à certains sujets; puis ils seront tous réunis en un volume qui sera distribué gratuitement (sauf le remboursement des frais d'envoi) à tous les membres, alors même, bien entendu, que les circonstances les auraient empêchés d'assister aux séances.

Le livre ainsi constitué ne pourra d'ailleurs être mis en vente qu'après le Congrès et à un prix supérieur au prix de la carte du Congrès, fixé à 20 francs.

Nous vous rappelons que cette carte donne, en outre, droit:

1. A la participation à tous les travaux, à toutes les visites et conférences qui pourront être organisées;

2. A la réception du compte rendu des travaux, aussitôt après la publication;

3. A la distribution de cartes supplémentaires à prix réduit permettant aux membres de votre famille qui vous accompagneront d'assister à certaines séances et à certaines visites.

Les inscriptions seront reçues jusqu'au jour de la fermeture du Congrès, mais la Commission a le plus grand intérêt à connaître le plus tôt possible le nombre des adhérents, et les communications ultérieures relatives au Congrès seront strictement réservées aux personnes qui se seront fait inscrire. Nous insistons donc pour que vous ayez l'obligeance de nous faire connaître, dès que vous le pourrez, votre adhésion définitive.

Toutes les communications doivent être adressées à M. Ch.-Ed. Guillaume, physicien du Bureau international des poids et mesures, secrétaire pour l'étranger, au Pavillon de Breteuil, Sèvres (Seine-et-Oise).

Le Président du Comité d'organisation,
Cornu,
Membre de l'Institut,
Président de la Société française de physique.

Le Trésorier,
G. De La Touanne,
rue de Tournon, 8, Paris.

Les Secrétaires:

Ch.-Ed. Guillaume,
Au Pavillon de Breteuil, Sèvres
(Seine-et-Oise).

Lucien Poincaré,
boulevard Raspail, 105 bis, Paris.

LISTE DES RAPPORTS.

MM.

ABRAHAM. — Détermination de ν.

AMAGAT. — Statique des fluides.

AMES. — L'équivalent mécanique de la calorie.

ARRHENIUS. — Électrolyse et ionisation.

D'ARSONVAL. — Les courants de haute fréquence dans l'organisme.

BARUS. — Pyrométrie.

BATTELLI. — Calorimétrie des fluides.

BECQUEREL. — Rayons uraniques.

BENOIT (R.). — Précision des déterminations métrologiques.

BICHAT et SWYNGEDAUW. — Phénomènes actino-électriques.

BJERKNES (V.). — Actions hydrodynamiques à distance.

BLONDEL. — Inscription des courants électriques variables; oscillographes et rhéographes.

BLONDLOT et GUTTON. — Vitesse des ondes électriques.

BOURGEOIS (Commandant). — Pesanteur à la surface du globe.

BOUTY. — Les diélectriques gazeux.

BOYS. — La constante de la gravitation.

BRANLY. — Variation de résistance des tubes à limaille.

BRILLOUIN. — Diffusion des gaz.

BROCA. — Transmission de l'énergie dans l'organisme.

CARVALLO. — Les formules de dispersion.

CHARPENTIER. — Phénomènes qui se produisent sur la rétine.

CHRISTIANSEN. — Électricité de contact.

CORNU. — Vitesse de lumière.

MM.

CROVA. — La constante solaire.

CURIE (M. et M[me]). — Les nouvelles substances radio-actives et les rayons de BECQUEREL qu'elles émettent.

DRUDE. — Propriétés optiques des métaux.

DU BOIS. — Propriétés magnétiques de la matière pondérable.

DUFOUR (CH.). — Photométrie stellaire.

EÖTVÖS (R.). — Étude des surfaces de niveau newtoniennes électriques et magnétiques.

EXNER. — Électricité atmosphérique.

GALITZINE (Prince). — L'indice critique.

GOUY. — L'étalon de force electromotrice.

GUILLAUME. — Décisions internationales concernant les unités et la nomenclature. — Propositions diverses.

GRIFFITHS. — L'unité de chaleur.

HAGENBACH. — Optique de la glace; glaciers.

VAN'T HOFF. — Cristallisation à température constante.

HURMUZESCU. — Force électromotrice d'aimantation.

KELVIN (Lord). — Conditions de la formation des ondes de l'éther par le déplacement de la matière pondérable; caractère non oscillatoire de ces ondes pour des vitesses de déplacement inférieures à celle de la lumière.

VON LANG. — L'arc électrique.

LEDUC. — Équivalent électrochimique de l'argent.

MM.

Lippmann. — L'échelle absolue des températures.

Lummer. — L'émission des corps noirs, des solides et des liquides.

Lorentz. — Magnéto-optique.

Macé de Lépinay. — Déterminations métrologiques par les méthodes interférentielles.

Mathias. — Constantes critiques et formules caractéristiques.

van der Mensbrugghe. – Phénomènes capillaires.

Nagaoka. — Magnéto-striction.

Oumoff. — Méthodes physiques en chimie.

Paulsen. — L'aurore polaire.

Pellat. — Laboratoires nationaux.

Perrin (Jean). — Phénomènes osmotiques.

Poincaré (H.). — Rapports entre la physique expérimentale et la physique mathématique.

Poincaré (L.). — Théories de la pile voltaïque.

Potier. — Les courants polyphasés.

Poynting. — Théorie de la propagation de l'électricité.

MM.

Pringsheim. — L'émission des gaz.

Righi. — Les ondes hertziennes.

Rubens. — Les grandes longueurs d'onde.

Rydberg. — Répartition des raies spectrales.

Sarasin et Forel. — Les oscillations des lacs.

Schwedoff. — Rigidité des liquides.

Spring (W.). — Les solides sous pression; diffusion des solides.

Thomson (J. J.). — Décharges électriques dans les gaz.

Tscherning. — L'accommodation.

Villard. — Rayons cathodiques.

Villari. — L'ionisation des gaz.

Violle. — Vitesse du son.

Voigt. — Élasticité et symétrie des cristaux.

van der Waals. — Statique des fluides (mélanges).

Warburg. — L'hystérésis magnétique.

Wien (W.). — Température et entropie de la radiation.

Witz. — Progrès récents de la théorie des moteurs thermiques.

Die Dimensionen des dunklen Kathodenraumes bei verschiedenen Gasen; von H. Ebert.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 11. Mai 1900.)

(Vgl. oben S. 93.)

In einer früheren Arbeit[1]) habe ich gezeigt, dass sich die Dicke d des HITTORF'schen Kathodendunkelraumes, d. h. der sogenannten zweiten GOLDSTEIN'schen Kathodenschicht, bei abnehmendem Gasdrucke p nach dem einfachen Gesetze

$$\text{(I)} \qquad d \cdot p^m = d_0$$

vergrössert, wobei m ($<$ höchstens $= 1$) und d_0 für das Gas und die Entladungsbedingungen charakteristische Constanten sind. Die Mitteilung weiteren Beobachtungsmateriales hat sich bislang dadurch verzögert, dass es im höchsten Grade erwünscht erscheinen musste, die Messungen auch auf die einatomigen Edelgase, namentlich Helium und Argon auszudehnen, dass aber die Herstellung dieser Gase in der hierfür zu fordernden Reinheit solche Schwierigkeiten bereitete, dass diese Messungen noch nicht definitiv abgeschlossen werden konnten. Ich möchte mir dagegen erlauben, über einige an zweiatomigen Gasen unterdessen erhaltene Ergebnisse kurz zu berichten.

1. Solange der Gasdruck noch ein verhältnismässig hoher und die (von den Wänden des Entladungsraumes hinreichend weit entfernte) Kathode noch nicht vollkommen mit Glimmlicht bedeckt ist (also nach Hrn. WARBURG in dem Stadium des „normalen Kathodengefälles"), wächst d sehr rasch mit abnehmendem p, d. h. der Exponent m der beiden geometrischen Reihen, welche die einander entsprechenden d- und p-Werte bilden, ist gross: $d_1 / d_2 = (p_2 / p_1)^m$, oder, wenn man $\log p$ als Abscisse, $\log d$ als Ordinate aufträgt, so steigt die das Wachstumsgesetz $\log d + m \log p = \text{const.}$ darstellende gerade Linie steil an. Hierbei kann m den Wert 1 erreichen; dann verhalten sich die Dicken des Dunkelraumes einfach umgekehrt proportional den Gasdrucken. Die Relation I gilt auch

1) H. EBERT, Wied. Ann. 69. p. 200. 1899.

dann noch, wenn die Rohrwände der Elektrode ziemlich nahe stehen, z. B. in cylindrischen Röhren, wenn auch nicht bis zu ganz tiefen Drucken; auch in diesen Fällen ist dann *m* gross, selbst wenn die Kathode bereits ganz mit Glimmlicht bedeckt ist.

Das Glimmlicht trat auch bei den von mir verwendeten hochfrequenten Wechselströmen zuerst am Rande der Elektrodenscheibe auf, längs dessen es bei abnehmendem Drucke immer weiter um sich griff. Wo es gegen noch unbedeckte Oberflächenpartien grenzt, ist eine eigentümliche Aufbiegung und Zuschärfung des Randes an der zunächst nur sehr dünnen Glimmlichthaut bei allen Gasen bemerklich, eine Erscheinung, welche die Herren PAALZOW und NEESEN auch bei der Batterieentladung in Luft bemerkten.[1]) Für die Mechanik der sich hier abspielenden Vorgänge scheint dieses Phänomen von Bedeutung zu sein.

Eine andere Erscheinung wurde öfter bei den höheren Drucken beobachtet, namentlich wenn die Elektrodenplatten neu waren: Die Anodenlichterscheinung und die Kathodenerscheinung, welche durch den Wechselstrom rasch hintereinander an derselben Platte ausgebildet werden, bevorzugen räumlich verschiedene Plattenstellen zu ihrer Ausbildung. Es hat den Anschein, als ob ein nachfolgendes Anodenlicht die Stellen vermiede, welche vorher von den Kathodenschichten eingenommen waren. Dieses Verhalten erinnert an eine von Hrn. E. GOLDSTEIN entdeckte Nachdauer der Wirkung bei einer Elektrode, die aus zwei verschiedenen Metallen (Al und Ag) besteht.[2]) Das Anodenlicht verschmähte beim Commutiren des Stromes diejenige Metallhälfte, welche vom Kathodenlicht bevorzugt wurde. Bei meinen Versuchen macht sich diese Wirkung in Bezug auf verschiedene Teile einer Elektrode aus ein und demselben Materiale (Al) geltend. Offenbar infolge dieser einseitigen Beanspruchung durch die beiden Glimmphänomene wurde der Rand vielbenutzter Elektrodenplatten allmählich ganz blank und immer mehr metallisch glänzend, die Mitte dagegen rauh und matt. Während also die Randpartien reducirenden Wirkungen ausgesetzt schienen, machte sich in der

1) A. PAALZOW u. F. NEESEN, Wied. Ann. **56**. p. 277. 1895.

2) E. GOLDSTEIN, Verhandl. d. Physikal. Gesellsch. zu Berlin **11**. p. 785. 1892; Wied. Ann. **48**. p. 785. 1892.

Mitte eine oxydirende Wirkung geltend, was vielleicht auf eine räumliche Scheidung der Ionen hinweist.[1])

2. Von dem Momente an, in welchem sich die Elektrodenplatte vollkommen mit Glimmlicht bedeckt hat, gilt zwar noch die Beziehung (I) ganz genau, nur wächst jetzt die Dicke d langsamer mit abnehmendem Drucke p (m ist kleiner als vorher) bei allen zweiatomigen Gasen. (CO_2 zerfällt bei der starken elektrischen Beanspruchung in CO und O wie das Spectroskop bestätigt, kann also als Gemisch beider und daher als zweiatomig angesehen werden.)

Erst wenn die Elektrodenplatte vollkommen gleichmässig von den Glimmlichtschichten überzogen ist, sind die für die verschiedenen Gase erhaltenen Messwerte untereinander vergleichbar. Ferner müssen nach den früher (l. c. p. 202) gegebenen Erörterungen die Rohrwände allseitig weit von den äussersten Glimmlichtspitzen entfernt sein. Bei allen im Folgenden mitgeteilten Resultaten waren diese beiden Bedingungen erfüllt. Dann gilt für alle Gase von dem betreffenden Drucke an der Satz I:

Nehmen die Drucke nach einer geometrischen Reihe ab, so nehmen die Dicken der Dunkelräume nach einer geometrischen Reihe zu; die Reihenexponenten sind aber nicht einander gleich, stehen aber durch Gleichung (I) in einer einfachen Beziehung zu einander.

Es ist bemerkenswert, dass Hr. E. Goldstein[2]) ein ganz analoges Gesetz für die Zunahme der Schichtintervalle bei der Anodensäule mit abnehmender Gasdichte in Luft, H_2 und Gemengen beider Gase fand. Dies weist aufs neue auf die auch durch anderweitige Erfahrungen gestützte Vermutung hin, dass jene Schichten analog constituirt sind wie die Kathodenschichten und sie daher auch analogen Vorgängen ihre Entstehung verdanken.

Für dieselbe Platte (Al-Scheibe von 0,51 mm Dicke und 1 cm Radins) wurden für m folgende Mittelwerte aus mehreren untereinander übereinstimmenden Beobachtungsreihen erhalten:

---

1) Vgl. auch A. Wehnelt, Wied. Ann. **67.** p. 421. 1899.

2) E. Goldstein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **81.** p. 876. 1881; Wied. Ann. **15.** p. 277. 1882.

Für H_2	$m = 0{,}55$	CO_2	$m = 0{,}52$
„ CO	$m = 0{,}60$	Aër	$m = 0{,}49$
„ N_2	$m = 0{,}57$	O_2	$m = 0{,}46$

Sie gruppiren sich in bemerkenswerter Weise um die Zahl $^1/_2$. Die grösste Abweichung vom Mittel $m = 0{,}53$ beträgt $\pm 0{,}07$; durch kleine Verunreinigungen, namentlich verschiedenen Trockenzustand des Gases, können Abweichungen bis zu diesem Betrage in der Curvenneigung herbeigeführt werden. Würde genau $m = {}^1/_2$ sein, so würde in diesem Teile das Wachstumsgesetz durch die Relation:

$$d_1 : d_2 = \sqrt{p_2} : \sqrt{p_1}$$

gegeben sein.

Wollte man annehmen, dass der Dunkelraum von derselben, der Stromstärke (die hier für alle Gase bei den betreffenden Drucken nahezu die gleiche war) entsprechenden Zahl elektrisch geladener Gasteilchen gebildet werde, und dass deren Volumen dem Mariotte'schen Gesetze zufolge umgekehrt proportional dem Drucke wachse, so hätte m für alle Gase stetig von 1 bei hohen bis zu $^1/_3$ bei niedrigen Drucken abnehmen müssen, was entschieden nicht der Fall war.

Zeigen die Werte von m und damit die Neigungen der log-Curven (vgl. p. 99 unten) für die verschiedenen Gase nur untergeordnete Abweichungen, so weisen dagegen die Curvenhöhen oder die Werte der anderen Constante d_0 (Dickenwerte für $p = 1$ mm Hg-Säule) auf individuelle Unterschiede hin. Für dieselbe Platte wie oben ergab sich für

H_2	$d_0 = 2{,}91$	CO_2	$d_0 = 2{,}08$
CO	$d_0 = 2{,}49$	Aër	$d_0 = 1{,}97$
N_2	$d_0 = 2{,}21$	O_2	$d_0 = 1{,}80$

Die Gase sind hier nach der Grösse der Dunkelräume, bei derselben Elektrodenplatte, demselben Gasdrucke und den nämlichen Entladungsbedingungen geordnet.[1]) Das Gemisch Luft hat seine Stellung zwischen den constituirenden Bestandteilen N_2 und O_2, CO_2 liegt zwischen CO und O. An den Enden der Reihe steht einerseits H_2 mit grösstem Dunkel-

1) Dass die geringen Unterschiede der Gesamtspannung und Stromstärke, welche durch die Verschiedenartigkeit der Gasfüllung selbst bedingt wird, keinen merklichen Einfluss bei der getroffenen Anordnung auf die d-Werte ausüben, wurde durch eingehende Versuche festgestellt.

raume, andererseits O_2 mit dem kleinsten. Wegen dem ungefähren Parallelismus der log-p-log-d-Geraden bleibt die Reihenfolge der Gase dieselbe, wenn man die Dicke der Dunkelräume, die sich in ihnen entwickeln, bei anderen Gasdrucken vergleicht; bei der genannten Elektrode sind sie z. B. für $p = 2{,}0$ mm:

H_2	$d = 1{,}97$	CO_2	$d = 1{,}44$
CO	$d = 1{,}64$	Aër	$d = 1{,}39$
N_2	$d = 1{,}49$	O_2	$d = 1{,}32$

3. Hat der Dunkelraum bei fortschreitender Evacuation eine bestimmte Dicke Δ erreicht, so wird plötzlich das Wachsen wieder ein schnelleres; wieder schliessen sich die einzelnen Werthe genau dem obigen Gesetze an, aber m hat einen viel grösseren Wert wie vorher.

Dieser „Knick“ tritt bei der oben erwähnten Elektrode ein für

	bei $\Pi =$	und $\Delta =$
H_2	2,0	2,0
CO	1,3	2,2
N_2	1,0	2,2
CO_2	1,1	2,0
Aër	0,9	2,1
O_2	0,7	2,1

Diese Discontinuität kann nicht dadurch bedingt sein, dass sich etwa die Glimmlichtschichten gegen die Glasumhüllungen der von oben her angesetzten Zuleitung drängen, denn zieht man die innerste Glasröhre (c in Fig. 1 der oben citirten Arbeit) zurück, sodass das Ansetzen von Glimmlicht nur durch die äussere Umhüllung (Röhre d) gehindert wird, so ändert dies an dem Verlaufe der Erscheinung nichts. Auch die untere Fläche des Zuleitungsstabes und die aus dem Winkel, unter dem die beiden Metallflächen zusammenstossen, austretenden secundären Phänomene (Interferenzflächen nach Hrn. Jaumann, Summationsgebilde nach Herren E. Wiedemann-G. C. Schmidt) können nicht die Ursache sein; denn setzt man andere Platten in den Stil ein, so bleiben die Phänomene in dem Winkelraum die gleichen, die Discontinuitäten ereignen sich dagegen bei anderen Drucken und Dicken. Bei der Platte von 1 cm Radius beginnt das schnellere Abheben der Glimmlichtschicht, wie man aus den oben angeführten Δ-Werten sieht, von Dicken an, welche sehr nahe bei 2 mm liegen; wird eine Platte von 1,41 cm Radius, also der dop-

pelten Fläche bei gleicher Dicke verwendet, so beginnt der steilere Teil der das Gesetz darstellenden Linie für O_2 erst bei etwa $p = 0{,}50$, während der Knick bei der kleineren Platte bei 0,70 liegt; da $0{,}70:0{,}50 = 1{,}40$, also sehr nahe gleich 1,41 ist, so verschieben sich die Discontinuitätsdrucke Π anscheinend umgekehrt proportional den Lineardimensionen der Elektrodenplatten unter sonst analogen Bedingungen (wozu namentlich wenigstens ungefähre Constanz der Stromstärke gehört; die hier verwendete Maschine „schaffte so viel nach," dass selbst bei Verdoppelung der Elektrodenfläche doch die Stromstärke nahezu auf demselben Werte erhalten werden konnte; bei Anwendung anderer Elektricitätsquellen, insbesondere der Influenzmaschine, dürfte gerade dieser Umstand wesentlich anders ausfallen).

Der Druck Π des Gemisches Luft aus $^4/_5$ N_2 und $^1/_5$ O_2 liegt bei $^4/_5\,1{,}0 + {}^1/_5\,0{,}7 = 0{,}9$, was mit dem direct gefundenen Werte übereinstimmt, die Discontinuitätsstellen werden also durch Beimengungen pro rata ihres Betrages in der Druckscala verschoben. (Aehnlich für die in CO und O zerfallene CO_2: $^7/_{11}\,1{,}3 + {}^4/_{11}\,0{,}7 = 1{,}1$ wie oben.)

4. Jenseits der Discontinuitätsstelle werden die Beobachtungen innerhalb der Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler bis zu sehr tiefen Drucken hinab wiederum durch die Hauptgleichung (I) dargestellt; die Constanten m und und d_0 haben jetzt die Werte für

	$M =$	$D_0 =$
H_2	0,97	3,8
CO	0,78	2,6
N_2	0,84	2,2
CO_2	0,79	2,1
Aër	0,93	1,9
O_2	0,78	1,6

In diesem Bereiche sind die Entladungsbedingungen viel instabiler: die Dicke des Dunkelraumes nimmt während des Stromdurchganges selbst fortwährend zu und gleichzeitig steigt die Entladungsspannung. Dies ist so auffallend, dass man daran allein schon, noch ehe man die Druck- und Dickenwerte reducirt hat, sofort erkennt, dass man beim Evacuiren in das Gebiet des steileren Curvenanstieges eingetreten ist. Am Aussehen der Entladung selbst ist kaum ein Unterschied wahrzunehmen, nur wird von $p = \Pi$ an das Glimmlicht verwaschener.

Als Gesamtresultat aus allen Messungsreihen ergiebt sich, dass die Gleichung (I) das Entwickelungsgesetz des HITTORF'schen Kathodendunkelraumes in allen einzelnen Fällen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler wenigstens für höhere und mittlere Drucke darstellt, nur haben die beiden Constanten in verschiedenen Druckgebieten andere Werte. Gerade diese Werte beanspruchen aber insofern ein besonderes Interesse, als sie augenscheinlich durch die Vorgänge bedingt sind, welche bei der Dunkelraumbildung wesentlich mitspielen. Versuchen wir daher zum Schluss noch einige Anhaltspunkte über die physikalische Bedeutung dieser Grössen zu gewinnen.

a) Die die Curvenhöhe bestimmende Constante d_0 ordnet, wenn wir vom grössten zum kleinsten Werte übergehen, die Gase in eine Reihe (vgl. p. 102), welche einen bemerkenswerten Parallelismus zu derjenigen Anordnung aufweist, auf welche Hr. JOHN S. TOWNSEND bei dem Studium der Wanderung der durch Röntgenstrahlen erzeugten Ionen durch die verschiedenen Gase hindurch geführt wurde.[1]) Nach ihm ist die Diffusionsgeschwindigkeit der Ionen in H_2 am grössten, in O_2 am kleinsten, und hat in Luft einen mittleren Wert, der aber dem für O_2 erheblich näher steht als dem für H_2, wie bei uns.

(Dass dort CO_2 an anderer Stelle steht wie hier, kann seinen Grund in dem bereits oben erwähnten Dissociationsvorgange haben.)

b) Die die Curvensteigung bestimmende Constante m scheint mit dem Verhältnisse der translatorischen Energie zur Gesamtenergie in den Gasen ($V_{\text{transl.}} / V_{\text{ges.}}$) in naher Beziehung zu stehen, welches für einatomige Gase gleich 1, für zweiatomige aber kleiner als 1 ist. In einer Wasserstoffatmosphäre sind z. B. bei tiefen Drucken die Wasserstofflinien nur noch in dem rötlichen Saume zu sehen, welcher die Elektrode unmittelbar umhüllt (1. GOLDSTEIN'sche Schicht, mit der nach Ausweis des Drehspiegels die Anodenschicht vollständig zusammenfällt). Das Glimmlicht hat eine blassgrünliche Farbe und weist nur die Linien des von der Hg-Pumpe kommenden Hg-Dampfes auf. Hier wird der Dunkelraum also lediglich

1) Vergl. z. B. das Referat über diese Arbeit in der Physikal. Zeitschr. 1. p. 313. 1900.

gegen Hg-Dämpfe vorgeschoben. Als Steigungscoefficient ergiebt sich sehr nahe $m = M = 1$. Nun ist aber nach CLAUSIUS $V_{\text{transl.}}/V_{\text{ges.}} = 3/2\,(C_p/C_v - 1)$, es ergiebt sich also für $C_p/C_v = k$ in der That 1,66, wie die Herren KUNDT und WARBURG für Hg-Dampf fanden. Etwas Aehnliches scheint für Helium zu gelten, wenigstens nähert sich M für dieses Gas immer mehr der Einheit, je reiner es ist, sodass hier für seine Einatomigkeit ein neues Beweismittel gegeben wäre.

Man kann den eben gezogenen Schluss vielleicht auch auf die unter 2. genannten Curventeile der Gase ausdehnen, welche die den zweiatomigen Gasen eigentümliche geringere Steigung $m = V_{\text{transl.}}/V_{\text{ges.}}$ ca. $^1/_2$ haben (vgl. p. 102). Man erhält dann freilich kleinere Werte für k (ca. 1,33) als sonst diesen Gasen zukommt. Man darf aber nicht vergessen, dass diese in der Umgebung der Wechselstromelektrode eine sehr hohe Temperatur besitzen. Der Wert für k hat sich immer für höhere Temperaturen wesentlich kleiner als für niedrige ergeben. Setzt man die Relation $C_p - C_v = R$ (R Gasconstante, $= 2$ cal) auch hier noch als gültig voraus, so kann man C_v eliminiren und wird dann auf Grund der bekannten Relationen zwischen C_p und der Temperatur[1]) zu Temperaturwerten des Gases für den hier gefundenen Wert von $k = 1{,}33$ geführt, welche nicht zu hoch sein dürften.

Anf die individuellen Verschiedenheiten der einzelnen Gase bezüglich des m sei nur hingewiesen.[2]) Deutet man m in diesem Sinne, so würde die Gleichung (I) aussagen: Je mehr ein Gas geeignet ist, ein ihm zugeführtes Quantum Arbeit in translatorische Energie überzuführen, um so schneller wächst bei ihm der Dunkelraum bei Verminderung des Druckes.

München, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule, April 1900.

---

1) Vgl. z. B. E. H. AMAGAT, Compt. rend. 121. p. 863. 1895.

2) Bemerkenswert ist z. B. die Sonderstellung, welche das Chlor in thermischer Beziehung einnimmt. Es verhält sich wie ein dreiatomiges Gas. Bekannt ist nun, wie es auch bei Gasentladungen ein durchaus abweichendes Verhalten im Vergleiche mit allen übrigen Gasen zeigt. Dunkelräume lassen sich in ihm kaum erzeugen (FARADAY), MONKMANN konnte die in anderen Gasen gefundenen Stauwirkungen in Cl nicht nachweisen etc.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. Nr. 10.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 25. Mai 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **H. Starke** spricht
über die Reflexion der Kathodenstrahlen.

Hr. **F. F. Martens** demonstrirt dann
einen neuen Flammenmesser für Hefnerlampen.

Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte zu Aachen, 17. bis 22. September 1900.

Diejenigen Mitglieder, welche beabsichtigen auf der diesjährigen Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte in der Abteilung für Physik einen Vortrag zu halten, werden gebeten, das Thema bis zum 15. Juni Hrn. Prof. Dr. Max Wien in Aachen mitzuteilen, damit dasselbe noch in die demnächst zu versendenden allgemeinen Einladungen aufgenommen werden kann.

Neuer Flammenmesser für Hefnerlampen;
von F. F. Martens.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 25. Mai 1900.)

(Vgl. oben S. 107.)

Als Lichteinheit definirt man zur Zeit in Deutschland allgemein die Lichtstärke einer Hefner'schen Amylacetatlampe, deren Flammenhöhe 40 mm beträgt.

Um die Höhe der Flamme zu messen, sind zwei Flammenmesser im Gebrauch, das Hefner'sche Visir und der Krüss'-

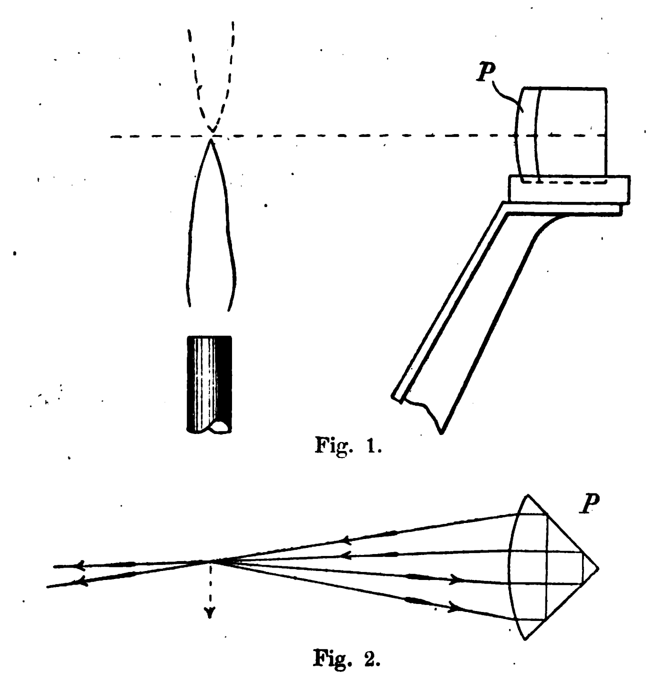


Fig. 1.

Fig. 2.

sche optische Flammenmesser. Beide sind nicht als vollkommen zu bezeichnen. Das Hefner'sche Visir erfordert eine ganz bestimmte Stellung des Auges. Hr. Krüss entwirft ein reelles Bild der Flammenspitze auf einer Mattscheibe; letztere verschluckt viel Licht, sodass der lichtschwache, äusserste Teil

der Flamme schwer oder gar nicht sichtbar ist. — Hr. Brodhun und Hr. Liebenthal haben mittels eines Hohlspiegels bez. einer ebenen Glasplatte ein reelles bez. virtuelles Bild einer hellen Linie am Orte und in der Höhe der Flammenspitze entworfen; beide Methoden sind nicht in die Praxis eingedrungen.

Der neue Flammenmesser besteht aus einem rechtwinkligen Prisma *P* (vergl. Fig. 1 und Fig. 2), welches fest mit der Lampe verbunden ist. Die Hypotenusenfläche ist sphärisch geschliffen, sodass ein reelles umgekehrtes Bild der Flamme über der wirklichen Flamme entsteht. Die Flammenhöhe wird (durch Verschieben des Dochtes im Dochtrohr) so regulirt, dass die wirkliche und die gespiegelte Flammenspitze sich gerade berühren. Steigt nun z. B. die Flammenhöhe 1 mm, so senkt sich das Flammenbild 1 mm, die Verschiebung der Spitzen gegeneinander beträgt 2 mm.

Verschiebt sich während der Beobachtung die Flammenspitze seitlich, z. B. in der Richtung des in Fig. 2 gestrichelt gezeichneten Pfeiles, so bewegt sich das Bild in demselben Sinne; die gespiegelte und die wirkliche Flammenspitze liegen stets übereinander und können daher genau zur Berührung gebracht werden. Dies ist nicht der Fall bei Anwendung eines einfachen Hohlspiegels an Stelle des Prismas, da sich dann die beiden Spitzen in entgegengesetztem Sinne bewegen.

Um das Prisma zu justiren, wird eine Lehre, deren obere Schneide gerade 40 mm über dem Rande des Dochtrohres liegt, auf die Lampe gesetzt. Das Prisma wird dann so befestigt, dass die wirkliche und die gespiegelte Lehre sich gerade berühren.

Berlin, Optische Werkstätte von Franz Schmidt & Haensch.

Ueber Spectra von Gasgemengen und von Entladungshüllen; von E. Goldstein.

(Mitgeteilt in der Discussion über den Vortrag des Hrn. Lewis in der Sitzung vom 11. Mai 1900.)

(Vgl. oben S. 93.)

Aus unveröffentlichten Beobachtungen, die ich vor längerer Zeit angestellt habe, kann ich den von Hrn. Lewis constatirten Einfluss von Beimischungen auf das Spectrum des Stickstoffs bestätigen. Wird dem Stickstoff Sauerstoff zugesetzt, so wird die relative Helligkeit des schraffirten Teiles seines Spectrums (Rot bis Anfang des Grün) stark herabgesetzt. Umgekehrt wenn Luft stark mit Natriumdampf geschwängert wird. Der grösste Teil des Spectrums von Grün bis einschliesslich Violett wird dann sehr schwach, während Rot bis beginnendes Grün grosse Helligkeit zeigen. Auch im Spectrum von Stickstoff, der aus Natriumnitrit und Salmiak hergestellt war, beobachtete ich beim schraffirten Teil des Spectrums viel grössere relative Helligkeit als bei Stickstoff, der aus der Atmosphäre durch Einleiten von Luft in Kalilauge mit Pyrogallussäure gewonnen war. Die Spectralröhre selbst erscheint bei dem aus Natriumnitrit bereiteten Stickstoff goldgelb, wenn sie unter sonst gleichen Entladungsbedingungen bei atmosphärischem Stickstoff mehr pfirsichblütfarbiges Licht giebt. Ueber den spectralen Einfluss von Beimengungen hat auch A. Schuster Beobachtungen publicirt.

Hr. Lewis erwähnt ferner ein chamoisgelbes Leuchten des verdünnten Stickstoffs nach Unterbrechung der Entladung. Ueber das gelbe nachleuchtende Licht bei Luft und über die entsprechende (himmelblaue) Erscheinung bei Wasserstoff habe ich bereits 1883 Beobachtungen veröffentlicht.[1]) Die betreffen-

---

1) E. Goldstein, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 2. p. 16. 1883.

den Erscheinungen rühren her von einer (mit der sogenannten Aureole nicht identischen) besonderen Lichthülle, die von atmosphärischen Drucken bis zu geringen Dichten die Entladung in allen Gasen umgiebt. Bei atmosphärischem Druck ist die Entladungshülle eng und relativ kurzdauernd; je geringer die Gasdichte, desto grösser ist die räumliche Ausdehnung der Hülle und die Dauer ihres Nachleuchtens. Sehr weite Gefässe werden vollständig von ihr erfüllt. Von einer gewissen Dichte ab, die für cylindrische Röhren abhängt von ihrer Weite und desto geringer ist, je grösser die Rohrweite, nimmt die Helligkeit des Hüllenlichtes wieder bis zum Verschwinden ab. Farbe und Formen der Lichthüllengebilde sind von Gas zu Gas verschieden. Die auffallendsten Formen zeigen sich in Wasserstoff. Das von Morren, Sarasin u. A. untersuchte und auf fremde Beimischungen zurückgeführte Nachleuchten Geissler'scher Röhren beruht, wie ich bereits l. c. ausführte, auf diesen Erscheinungen der Entladungshülle, die bei geringen Gasdichten die Röhre ausfüllt, und die eigentliche Entladung beträchtlich überdauert. Dass sie bei den entsprechenden Gasdichten von so vielen Autoren nicht wahrgenommen bez. erwähnt wurde, dürfte lediglich mit dem Umstande zusammenhängen, dass die Erscheinung nur in trockenen Gasen deutlich wahrnehmbar ist. Eine Beimengung zu den reinen Gasen also ist für ihr Auftreten nicht erforderlich. H. Hertz, der die Erscheinung selbständig nochmals auffand und sie von anderen Gesichtspunkten aus — namentlich bezüglich ihrer mechanischen und Wärmewirkungen — untersuchte, fand, dass die Entladungshülle, obwohl unsichtbar, auch in feuchten Gasen existirt, insofern ihre mechanischen und Erwärmungswirkungen auch dort zu erzielen sind. Hertz hat auch gefunden, dass die Lichthülle in Stickstoff ein discontinuirliches Spectrum giebt, das verschieden ist von dem bekannten Bandenspectrum des Stickstoffs, hat aber diese Beobachtung nicht veröffentlicht. An dem Licht der blauen Entladungshülle in Wasserstoff habe ich selbst ein von Grün bis Ultraviolett reichendes, aus mindestens zehn gleichartigen Banden bestehendes Spectrum aufgefunden, das von den bekannten beiden Wasserstoffspectren durchaus verschieden ist (l. c. p. 18). Hertz, der es ebenfalls beobachtete, war über seine Zugehörig-

keit in Zweifel[1]); ich selbst habe mich durch Anwendung möglichst reiner Materialien und einwurfsfreier Zuleitungsmethoden überzeugt, dass es sich um ein neues (drittes) Wasserstoffspectrum handelt. — In Sauerstoff und stark sauerstoffhaltigem Stickstoff (Luft) ist das Hüllenlicht gelb, sein Spectrum continuirlich. — Hr. LEWIS hat die interessante Erscheinung constatirt, dass die Glaswand einer Entladungsröhre, die von schwach feuchtem Stickstoff durchströmt wird, viel heller phosphorescirt, als wenn das Gas ruht. Nach Erscheinungen, die ich an festen Körpern unter dem Einfluss der Entladung beobachtet habe, scheint es mir denkbar, dass ein von Entladungen durchsetztes ruhendes Gas in den ersten Momenten eine andere Strahlung hat, als später. Die ultraviolette, phosphorescenzerregende Strahlung, die Hr. LEWIS auch photographisch bei dem strömenden Gase constatirt hat, würde dann nur der Emission der ersten Entladungsmomente angehören, und in seinen Versuchen scheinbare Dauer nur dadurch gewinnen, dass fortwährend frisches Gas durch das Entladungsrohr strömt. Die Erscheinungen, die andauernden Entladungen in ruhendem Gase entsprechen, fallen dann weg, und es summiren sich für das Auge lediglich die Erscheinungen des Entladungsanfangs.

---

1) H. HERTZ, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 2. p. 15. 1883.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. Nr. 11.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 15. Juni 1900.

Vorsitzender: Hr. E. WARBURG.

Der Vorsitzende gedenkt des Verlustes, den die Gesellschaft durch den am 7. d. Mts. erfolgten Tod ihres langjährigen Mitgliedes

E. R. Hoppe,

Professor und Privatdocent an der Universität Berlin,

erlitten hat. Die Anwesenden erheben sich zum ehrenden Angedenken des Hingeschiedenen.

Die folgenden, vom Vorstand beantragten Aenderungen der Satzungen

1. § 1 erhält folgenden Zusatz:
   Die Gesellschaft soll in das Vereinsregister eingetragen werden. Nach erfolgter Eintragung erhält der Name der Gesellschaft den Zusatz: „Eingetragener Verein“.
2. In § 2. c) werden die Worte: „und Chemie“ gestrichen.
3. In § 13 werden die Worte: „Am Schluss dieser Sitzung“ abgeändert in: „In dieser Sitzung“.
4. In § 16 werden die Worte: „des Vorstandes“ gestrichen.

5. Zu § 15 wird hinzugefügt:
Ist ein auswärtiges Mitglied zum Vorsitzenden gewählt, so muss ausserdem ein Berliner Mitglied als stellvertretender geschäftsführender Vorsitzender gewählt werden. Zwischen beiden werden die Geschäfte (§ 26 und 27) in angemessener Weise geteilt.
6. In § 33 werden die Worte: „dem Inhalt nach" abgeändert in: „dem Wortlaut nach".

werden von der nach § 33 hierzu beschlussfähigen Versammlung in erster Abstimmung einstimmig angenommen. Es hat über diese Anträge nunmehr eine zweite auf schriftlichem Wege vorzunehmende Abstimmung stattzufinden, zu der sämtliche Mitglieder der Gesellschaft aufgefordert werden.

Hr. **M. Thiesen** trägt vor:

über allgemeine Naturconstanten.

Von Hrn. E. Warburg werden dann folgende Abhandlungen vorgelegt:

1. Hr. **Cl. Schaefer**:

über den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle.

2. Hr. **W. Müller-Erzbach** (Bremen):

der nach der Verdunstung dynamisch gemessene relative und absolute Dampfdruck des Quecksilbers und anderer Flüssigkeiten.

3. Hr. **W. Kaufmann** (Göttingen):

Versuch einer Erklärung des dunklen Kathodenraumes.

Anknüpfend an die letzte dieser Mitteilungen spricht Hr. **E. Goldstein** ebenfalls

über den sogenannten dunklen Kathodenraum.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. DENIZOT, Charlottenburg, Charlottenburger Ufer 9.

Hr. Dr. B. A. WORINGER, Grunewald, Hagenstrasse 3.

Hr. Dr. H. SIEDENTOPF, wissenschaftlicher Mitarbeiter in der optischen Werkstatt von C. ZEISS in Jena.

Ueber allgemeine Naturconstanten;
von M. Thiesen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. Juni 1900.)

(Vgl. oben S. 114.)

Hr. Planck hat bemerkt, dass das Wien'sche Strahlungsgesetz zwei Naturconstanten liefert, welche im Verein mit der Lichtgeschwindigkeit und der Constanten des Gravitationsgesetzes genügen, um die mechanischen Grössen und die Temperatur in natürlichen, von der Beschaffenheit eines besonderen Körpers unabhängigen Einheiten auszudrücken.[1]) Ich selbst wies dann darauf hin, dass zwei solche Constanten auch schon, unabhängig von der meiner Meinung nach weder theoretisch noch experimentell genügend gesicherten besonderen Form des Strahlungsgesetzes, aus den für schwarze Körper von Boltzmann und von Wien aufgestellten Gesetzen folgen, welche die Abhängigkeit der Gesamtstrahlung und der Lage des Strahlungsmaximums von der Temperatur bestimmen, und gegen welche keine Bedenken vorliegen.[2])

Nun sind aber noch weitere allgemeine Naturconstanten bekannt oder doch theoretisch aufgestellt worden, und es liegt die Frage nahe, welche Beziehungen zwischen ihnen und dem oben erwähnten System — zu dem man noch die Constante des Coulomb'schen Gesetzes hinzufügen wird — bestehen. Man wird als Princip hinstellen können, dass es voneinander unabhängige Naturconstanten gleicher Dimension nicht giebt. Treten daher selbst auf den verschiedensten Gebieten solche Constanten von gleicher Dimension auf, so wird man das Bestehen einer theoretischen Beziehung zwischen ihnen behaupten dürfen und man wird Grund haben, die Beziehung als eine enge anzusehen, wenn sich das Verhältnis der Eins nähert. Ein klassisches Beispiel dafür, dass eine zunächst rein empirisch

---

1) M. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1899. p. 440; Ann. d. Phys. 1. p. 69. 1900.

2) M. Thiesen, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. p. 67. 1900.

gefundene Beziehung zwischen zwei Naturconstanten von der grössten Bedeutung für die Theorie werden kann, bietet die Vergleichung der aus der Verbindung des COULOMB'schen mit dem AMPÈRE'schen Gesetze folgenden Constante mit der Lichtgeschwindigkeit.

Ich habe es daher für nicht unwichtig gehalten, anderweitig aufgestellte Naturconstanten in den Einheiten des erwähnten Systems auszudrücken. Zu diesem Zwecke sind zunächst die Einheiten des Systems in den üblichen Einheiten (Gramm, Centimeter, Secunde, Celsiusgrad, elektrostatische Einheit) wiederzugeben. Es sind dies die folgenden:

1. Die Lichtgeschwindigkeit

$$v = v_1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}; \quad v_1 = 10^{10}.2{,}998; \quad \text{Log}\, v_1 = 10{,}477.$$

2. Die Beschleunigung, welche einer Masse durch die Masse Eins im Abstande Eins erteilt wird:

$$\varphi = \varphi_1 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}\,.\,\text{sec}^2}; \quad \varphi_1 = 10^{-8}.6{,}66; \quad \text{Log}\, \varphi_1 = \overline{8}{,}823.$$

3. Die bewegende Kraft, welche die Einheit der Elektricität auf eine mit der Einheit der Elektricität verbundene Masse ausübt:

$$\chi = \chi_1 \frac{\text{g}\,.\,\text{cm}^3}{\text{e}^2\,.\,\text{sec}^2}; \quad \chi_1 = 1.$$

4. Die Strahlungsdichte bei der Temperatur Eins:

$$\sigma = \sigma_1 \frac{\text{g}}{\text{cm}\,.\,\text{sec}^2\,.\,\text{Grad}^4}.$$

Aus den Versuchen folgt unmittelbar σv gleich dem vierfachen Wert der von der Flächeneinheit in der Zeiteinheit ausgesandten Energie. Nach KURLBAUM wird:

$$\sigma_1 v_1 = 4 \cdot \frac{0{,}731}{13802} = 0{,}000\,212; \quad \text{Log}\, \sigma_1 = \overline{15}{,}849.$$

5. Die Wellenlänge, welcher bei der Temperatur Eins die grösste Strahlungsenergie entspricht:

$$\tau = \tau_1\, \text{cm}\,.\,\text{Grad}; \quad \tau_1 = 0{,}293; \quad \text{Log}\, \tau_1 = \overline{1}{,}467.$$

Hiermit vergleichen wir die folgenden Constanten, welche mit den vorstehenden fortlaufend numerirt werden sollen.

6. Die aus dem AVOGADRO'schen in Verbindung mit dem BOYLE'schen und GAY-LUSSAC'schen Gesetze folgende Constante, welche man nach dem Vorgange von BOLTZMANN als LOSCHMIDT'sche Constante zu bezeichnen anfängt, d. h. die Zahl der Teilchen eines ideellen Gases in der Raumeinheit, welche bei der Temperatur Eins den Druck Eins ausüben:

$$\zeta = \zeta_1 \frac{\sec^2 . \text{Grad}}{\text{cm}^3 . \text{g}} = \zeta_1 \sigma_1 \tau_1^3 . \sigma^{-1} \tau^{-3}.$$

Nach den sichersten Schätzungen ist diese Zahl bei 0° und dem Drucke einer Atmosphäre etwa gleich 21.10^{18}; daraus folgt

$$\zeta_1 = 5{,}66 . 10^{15}; \quad \text{Log}\, \zeta_1 = 15{,}753$$

und weiter

$$\text{Log}\, \zeta_1 \sigma_1 \tau_1{}^3 = 0{,}003; \quad \zeta_1 \sigma \tau_1{}^3 = 1{,}0.$$

Es ist also empirisch gefunden:

$$\zeta \sigma \tau^3 = 1.$$

Ist die gute numerische Uebereinstimmung wohl auch mehr als eine zufällige anzusehen, so ist immerhin das bemerkenswerte, wenn auch zunächst ohne Erklärung dastehende Resultat bewiesen, dass der Ordnung nach der Druck, welchen die schwarze Strahlung bei der Temperatur Eins ausübt, gleich dem Druck ist, welchen ein Teilchen in der Raumeinheit bei derselben Temperatur ausübt, vorausgesetzt, dass Räume und Temperaturen in unsern oben aufgestellten natürlichen Einheiten gemessen werden.

7. Das elektrische Elementarquantum (nach HELMHOLTZ und BUDDE)

$$\varepsilon = \varepsilon_1\, e = \varepsilon_1\, \sigma_1^{-1/2} \tau_1^{-2} \chi_1^{1/2} . \sigma^{1/2} \tau^2 \chi^{-1/2}.$$

Direct gut bestimmt ist

$$\varepsilon_1 \zeta_1 = 10^6 . 3{,}481; \quad \text{Log}\, \varepsilon_1 \zeta_1 = 6{,}542.$$

Daraus folgt

$$\text{Log}\, \varepsilon_1 \sigma_1^{-1/2} \tau_1^{-2} \chi_1^{1/2} = \overline{2},930.$$

Die aus dem COULOMB'schen (oder AMPÈRE'schen) Gesetze in unsern natürlichen Einheiten definirte Elektricitätseinheit wäre also nahe das Zwölffache des elektrischen Elementarquantums. Auch hier deutet der kleine Zahlenfactor eine enge theoretische Beziehung an. Die directe Bestimmung von ε durch J. J. THOMSON führt zu wesentlich demselben Resultate.

8. Der LORENZ'sche Temperaturgrad [1]), das ist „die Temperaturerhöhung, welche die Arbeitseinheit in derselben Zahl von Grundstoffatomen, welche die Elektricitätseinheit normal aus dem Elektrolyten ausscheidet, hervorbringt":

$$\eta = \eta_1 \frac{\text{sec}^2 . \text{Grad} . \text{e}}{\text{cm}^2 . \text{g}} = \eta_1 \, \sigma_1^{1/2} \tau_1 \, \chi_1^{1/2} . \sigma^{-1/2} \tau^{-1} \chi^{-1/2}.$$

$$\eta_1 = 10^6 . 1{,}416; \quad \text{Log}\, \eta_1 = 6{,}151.$$

Hieraus folgt $\text{Log}\, \eta_1 \, \sigma_1^{1/2} \tau_1 \, \chi_1^{1/2} = \bar{2}{,}543$; der Zahlenfactor in dem Ausdrucke von η durch die natürlichen Einheiten hat also wieder nur einen mässigen Wert.

Der Ausdruck für η lässt nun eine interessante Umformung zu. Führt man nämlich ε und ζ an Stelle von χ und σ ein, so erhält man unter Fortfall von τ

$$\eta = \eta_1 \, \varepsilon_1^{-1} \zeta_1^{-1} . \varepsilon \zeta,$$

und bei Auswertung des Zahlenfactors

$$\frac{\eta}{\varepsilon \zeta} = 0{,}406.$$

Diese Gleichung sagt aber aus, wie man leicht bei näherem Eingehen auf die Definition der Grössen η und $\varepsilon \zeta$ findet, dass für ein normales zweiatomiges Gas, wie es LORENZ voraussetzen muss, die Gleichung besteht:

Druck = 0,406 . Dichte . Temperatur . Specifische Wärme bei gleichem Volumen.

Die Richtigkeit dieser Gleichung folgt aber aus dem CLAUSIUS'schen Ausdrucke für die Differenz der specifischen Wärmen und daraus, dass das Verhältnis der specifischen Wärmen für ein Gas der betrachteten Art nahe gleich 1,4 ist. Man erkennt gleichzeitig, dass die Einführung der Grösse η durch LORENZ eine unnötige Complication bildet; eine einfachere Definition des Temperaturgrades hätte sich ihm aus der Grösse $\varepsilon \zeta$ ergeben.

9. Die LORENZ'sche Constante. [2]) Als solche bezeichne ich den Quotienten aus der Wärmeleitungsfähigkeit durch die absolute Temperatur und die elektrische Leitungsfähigkeit:

$$\psi = \psi_1 \frac{\text{g}^2 . \text{cm}^4}{\text{sec}^4 . \text{Grad}^2 . \text{e}^2} = \psi_1 \, \sigma_1^{-1} \tau_1^{-2} \chi_1 . \sigma \tau^2 \chi^{-1}.$$

---

1) L. LORENZ, Pogg. Ann. **147**. p. 433. 1872.

2) L. LORENZ, Wied. Ann. **13**. p. 599. 1881.

Dass ψ_1 selbst für reine Metalle nicht vollkommen constant ist, scheint festzustehen [1]), ebenso aber auch, dass die Abweichungen für die am besten leitenden Metalle sehr klein sind. Hr. DRUDE leitet aus seiner Elektronentheorie eine Beziehung ab [2]), die in unserer Bezeichnung

$$\psi\, \varepsilon^2 \zeta^2 = 3$$

lauten würde. Berechnet man aus dieser Beziehung den Wert von ψ_1, so erhält man

$$\psi_1 = 2{,}48 \,.\, 10^{-13}; \quad \text{Log}\, \psi_1 = \overline{13}{,}394.$$

Die directen Bestimmungen der Leitungsvermögen von Metallen durch die Herren JAEGER und DIESSELHORST ergeben Werte von ψ_1, die sich dem oben berechneten für die reinen, besser leitenden Metalle sehr nähern und mit einziger Ausnahme von Aluminium bei 18° sämtlich grösser sind. Die DRUDE'sche Beziehung, welche von ihm selbst nur an sehr unsicheren Werten von $\varepsilon \zeta$ geprüft wird, scheint daher das constante Hauptglied von ψ gut darzustellen.

10. Das Verhältnis von Ladung und Masse in den Kathodenstrahlen:

$$\omega = \omega_1 \frac{e}{g} = \omega_1\, \varphi_1^{-1/2} \chi_1^{1/2} \,.\, \varphi^{1/2} \chi^{-1/2}.$$

Die bisherigen Bestimmungen von ω_1 sind noch um einen erheblichen Bruchteil unsicher; wir setzen

$$\omega_1 = 5 \,.\, 10^{17}; \quad \text{Log}\, \omega_1 = 17{,}699.$$

Daraus folgt

$$\text{Log}\, \omega_1\, \varphi_1^{-1/2} \chi_1^{1/2} = 21{,}287.$$

Hier tritt also zum ersten Male eine sehr grosse Zahl in die Beziehung zwischen Naturconstanten gleicher Dimension

1) Ich selbst hatte etwa im Jahre 1889 die später von Hrn. LIEBENOW veröffentlichte Formel, nach welcher die Abweichungen der Grösse $\sqrt{\psi}$ von einer Constanten die thermoelektrische Höhe der Metalle definiren, aus der HERMANN-KOHLRAUSCH'schen Theorie unter teilweiser Benutzung ihrer Kritik durch Hrn. BUDDE abgeleitet und eine experimentelle Prüfung auf elektrostatischem Wege beabsichtigt. Da letztere unterblieb, so habe ich auch die Ableitung nicht veröffentlicht.

2) P. DRUDE, Ann. d. Phys. 1. p. 577. 1900.

ein. Doch darf man deshalb wohl nicht die Bedeutung der Grösse ω unterschätzen; vielmehr spricht manches für die Zweckmässigkeit, die Grösse φ aus unserem System zu entfernen, etwa in der Annahme, dass die NEWTON'sche Attraction nur eine secundäre Differenzwirkung sei.

Führt man ω statt φ und etwa noch ε an Stelle von χ ein, so kommt man zu einem, wie mir scheint, viel harmonischeren System, als dem ursprünglichen, in welchem beispielsweise die Einheit der Dichte eine 93-ziffrige Zahl ist.

Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle; von Clemens Schaefer.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 15. Juni 1900.)

(Vgl. oben S. 114.)

---

§ 1.

Während die bisherigen Untersuchungen über die Aenderung der Elasticität mit der Temperatur immer in dem Intervall von + 20° bis + 100° und höher hinauf gemacht wurden, wurde in der vorliegenden Arbeit die Elasticität bei tiefen Temperaturen (Kohlensäure-Aether-Gemisch von ca. − 70° C.; flüssige Luft von ca. − 186° C.) untersucht.

Gemessen wurden die Temperaturcoefficienten für den Elasticitäts- und Torsionsmodul, sowie die absoluten Werte der Moduln; auch über die elastische Nachwirkung und die Elasticitätsgrenze wurden Beobachtungen angestellt.

Die benutzten Methoden sind folgende:

1. Verlängerung durch Zug zur Bestimmung des Temperaturcoefficienten für den Elasticitätsmodul und des absoluten Wertes des letzteren;

2. die Schwingungsmethode für den Temperaturcoefficienten des Torsionsmoduls und dessen absoluten Wert;

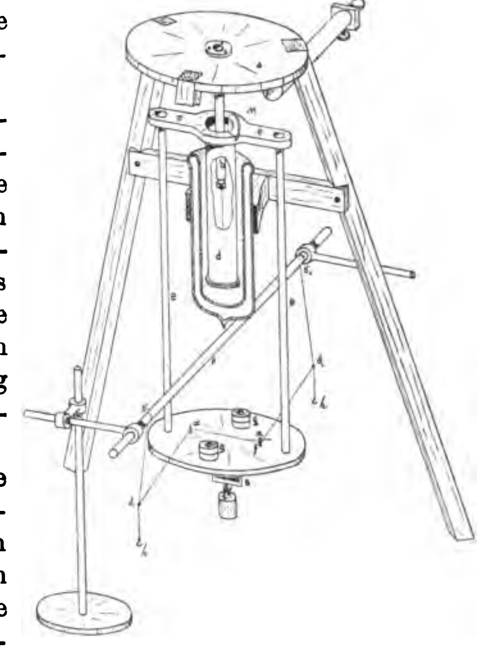
3. eine statische Methode (vorzugsweise angewendet!) zur Bestimmung des Temperaturcoefficienten für den Torsionsmodul, sowie zur Messung der elastischen Nachwirkung und der Elasticitätsgrenze.

§ 2.

Die Gestalt des Apparates ist aus nachstehender Figur ersichtlich.

a ist die Holzplatte eines Dreifusses, in welche der Messingstab (*b*) eingeklemmt ist, der den zu untersuchenden Draht (*c*) vermittelst einer Klemmschraube hält. Mit diesem Drahte ist der (durchlöcherte) Aluminiumcylinder (*d*) fest verbunden und dieser mit dem Gestänge (*e*), welches unten die Holzplatte (*f*) mit Spiegel (*s*) und Haken trägt. Das ganze

System kann also um die Längsaxe des Drahtes Schwingungen ausführen, wonach die Bestimmung der Temperaturcoefficienten für den Torsionsmodul und der absoluten Werte des letzteren ohne weiteres ersichtlich ist.



Wurde an dem erwähnten Haken ein Gewicht befestigt, so senkte sich das ganze System um die dadurch bewirkte Verlängerung des Drahtes; diese konnte gemessen werden an einer Mikrometerteilung (M) mittels eines Mikroskopes.

Endlich konnte, wie aus der Figur ersichtlich, durch Anhängen von Gewichten (kleinen Drahtstücken) an die Haken (h) ein horizontales Drehmoment auf die Scheibe (f) und folglich auf den Draht (c) ausgeübt werden; die dadurch bewirkte Ablenkung ist für die Torsionselasticität charakteristisch; ihre Aenderung mit der Temperatur wurde gemessen.

§ 3.

Die Resultate lassen sich folgendermaassen zusammenfassen:

1. Der Elasticitäts- und Torsionsmodul (η bez. k) lassen sich in dem Intervall von $+20^0$ bis -186^0 C. darstellen in der Form:

$$\eta_t = \eta_{20}\left(1 - \alpha(t-20)\right),$$
$$k_t = k_{20}\left(1 - \beta(t-20)\right).$$

Der lineare Zusammenhang ergiebt sich aus der Gleichheit der Temperaturcoefficienten in den beiden verschiedenen Intervallen.

2. Der Temperaturcoefficient des Torsionsmoduls (β) ist grösser als der des Elasticitätsmoduls (α); infolge dessen wächst der Quercontractionscoefficient μ mit der Temperatur.[1])

3. Je grösser der thermische Ausdehnungscoefficient, oder je niedriger die Schmelztemperatur, desto grösser die Temperaturcoefficienten, vgl. Tabelle; eine Ausnahme macht allein Gold.

4. Die elastische Nachwirkung wurde gemessen bei Al, Ag, Cu; sie zeigte bei Zimmertemperatur im wesentlichen denselben Gang; bei -186^0 war sie bei allen Metallen unmerklich geworden.

5. Die Elasticitätsgrenze wird durch Temperaturerniedrigung heraufgesetzt.

6. Der Quercontractionscoefficient μ lässt sich darstellen in der Form:

$$1 + \mu_t = (1 + \mu_{20}) \frac{1 - \alpha(t - 20)}{1 - \beta(t - 20)};$$

berechnet man aus dieser Gleichung die zu dem Werte $\mu_t = \frac{1}{2}$ zugehörige Temperatur, so erhält man eine der Schmelztemperatur des betreffenden Metalles naheliegende Zahl, was mit theoretischen Ueberlegungen stimmen würde.

Es ergab sich so:

für Platin:	1741° C.	(1765° beob.)
„ Nickel:	1391	(ca. 1400 „)
„ Silber:	990	(971 „)
„ Kupfer:	1169	(1080 „)
„ Palladium:	1724	(1587 „)
„ Eisen:	1470	(ca. 1500 „)

§ 4.

Zum Vergleiche stelle ich in der folgenden Tabelle die von mir beobachteten Werte des Elasticitäts- und Torsionsmoduls zusammen mit den Messungen älterer Beobachter; es ist zu bemerken, dass die Dickenmessung, die auf der Teilmaschine geschah, in die absoluten Werte einen Fehler von etwa 1 Proc. hereinbringt.

---

1) Vgl. Katzenelsohn, Inaug.-Diss., Berlin 1887.

Material	η_{20} in kg/mm²		k_{20} in kg/mm²	
Platin	16220	(Tomlinson)	6630	(Tomlinson)
	16020	(G. S. Meyer)		
	16029	(Schaefer)	6593	(Schaefer)
Aluminium	6511	(P. Cardani)	2269	(Tomlinson)
	6669			
	6141	(Mallock)		
	6218	(St. Meyer)		
	7462	(G. S. Meyer)		
	6330	(Schaefer)	2329	(Schaefer)
Nickel	21100	(Guillaume)		
	23100	(M. Cantone)		
	17500	(St. Meyer)		
	22600	(G. S. Meyer)		
	24800	(Tomlinson)		
	23544	(Schaefer)	9518	(Schaefer)
Silber	7817	(Baumeister)	2650	(Baumeister)
	8165		2566	(Pisati)
	8356	(Tomlinson)	2770	(Tomlinson)
	5897	(Schaefer)	2467	(Schaefer)
Kupfer	13848	(P. Cardani)	3612	(Wertheim)
	14059			
	11979	(Amagat)	4450	(Baumeister)
	12312		6464	(Kiewiet)
	12145		3972	(Pisati)
	11977	(Olearski)	3900	(Kohlrausch u. Loomis)
	9754	(St. Meyer)		
	9879	(Schaefer)	3967	(Schaefer)
Palladium	11754	(Wertheim)		
	9789			
	11284	(Schaefer)	4613	(Schaefer)
Eisen	17800	(G. S. Meyer)		
	19200		6940	(Kohlrausch u. Loomis)
	15900		8108	(Pisati)
	16040		7505	(Katzenelsohn)
	21441	(Pisati)	6706	(Wertheim)
	19024	(Katzenelsohn)	7515	(Tomlinson)
	19845	(Cardani)		
	18347	(Schaefer)	7337	(Schaefer)

§ 5.

Die folgende Tabelle enthält eine Uebersicht über die Resultate.

Material	Mittlerer Ausdehnungscoefficient zwischen 0 u. 100°	Torsionsmodul k_{20} in $\frac{kg}{mm^2}$	Δk in % pro 100° C.	Elasticitätsmodul η_{20} in $\frac{kg}{mm^2}$	$\Delta \eta$ in % pro 100° C.	μ_{20}	Schmelztemp.	
							beob.	ber.
Platin	$0{,}0_5907$	6593	1,78	16029	0,732	0,215	1765°	1741°
Palladium	$0{,}0_41104$	4613	2,696	11284	1,979	0,223	1578	1724
Eisen	$0{,}0_41113$	7337	3 035	18347	2,250	0,247	1500	1470
Nickel	$0{,}0_41279$	9518	3,280	23544	2,463	0,2395	1400	1391
Gold	$0{,}0_41454$	—	3,014	—	—	—	1070	—
Kupfer	$0{,}0_41698$	3967	4,489	9897	3,627	0,245	1100	1169
Silber	$0{,}0_41900$	2467	8,209	5897	7,65	0,195	970	990
Aluminium	$0{,}0_42336$	2329	24,72	6330	21,32	0,359	645	—
Zink	$0{,}0_42905$	1614	48,37	4296	—	0,331	419	—
Blei	$0{,}0_42948$	550	78,67	1493	—	0,4313	327	—

Der nach der Verdunstung dynamisch gemessene relative und absolute Dampfdruck des Quecksilbers und anderer Flüssigkeiten; von W. Müller-Erzbach.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 15. Juni 1900.)
(Vgl. oben S. 114.)

Nimmt man nach Maxwell die Diffusionsconstante mit dem Quadrate der absoluten Temperatur veränderlich an, so kann man aus der Formel $s_1 = (s\,T^2 p_1 / Tp)$ die Spannung s_1 für die Temperatur T_1 berechnen, wenn sie für T gegeben ist. Sind die Spannungen bekannt, so findet man aus dem Gewichtsverluste die durchschnittliche Temperatur während der Dauer des Versuches. Auf diesem Umstande beruht die Anwendung des Wärmeintegrators, mit dem ich selbst zunächst befriedigende Resultate[1]) erhielt und der auch nach den Beobachtungen an der Hamburger Seewarte von keinem der dort benutzten Thermographen an Genauigkeit übertroffen wurde.[2]) Es muss dabei vorausgesetzt werden, dass die Verdunstung allein von der Temperatur an der Oberfläche der Flüssigkeit und dem Druck des entwickelten Gases abhängig ist und das hatte Hertz[3]) ebenso bei einer älteren Untersuchung über den Dampfdruck des Quecksilbers bereits wahrgenommen.

Nach dem Graham'schen Gesetze, dass die Ausströmungsgeschwindigkeiten verschiedener Gase bei gleichem Druck den Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten (d) umgekehrt proportional sind, erhält man für die austretenden Volumina (v) die Proportion

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{d_2}{d_1}}\,.$$

Sie gilt nicht nur für die Diffusion durch poröse Scheidewände, sondern sowohl nach einzelnen Versuchen Graham's, wie besonders nach den zahlreichen und sorgfältigen Beob-

---

1) W. Müller-Erzbach, Verhandl. der Physikal. Gesellsch. zu Berlin **5.** p. 36. 1888.

2) Zeitschr. f. Instrumentenk. **10.** p. 97. 1890.

3) H. Hertz, Wied. Ann. **17.** p. 177. 1883.

achtungen von J. LOSCHMIDT[1]), wie nach den theoretischen Erwägungen STEFAN's[2]) auch für die freie Diffusion. Die Abweichungen der Versuchsergebnisse von dem Gesetz gehen nur in vereinzelten Fällen über die Grenze der Beobachtungsfehler weiter hinaus und sie werden von LOSCHMIDT auf die in der Formel nicht berücksichtigten Unterschiede in der Form und Grösse der Molecüle zurückgeführt. Setzt man in der von mir angegebenen Weise[3]) die Abhängigkeit der Diffusion vom Dampfdruck und dem Quadrate der absoluten Temperatur voraus, so findet man für die Dampfspannungen p_1 und p_2

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_1}{p_2}\sqrt{\frac{d_2}{d_1}},$$

oder für die Gewichtsmengen g_1 und g_2 an Stelle der Volumina

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{p_1}{p_2}\sqrt{\frac{d_1}{d_2}}.$$

Diese Gleichung bestimmt das Gewichtsverhältnis der Dampfmengen zweier Flüssigkeiten, welche aus zwei gleichgeformten Gefässen bei derselben Temperatur durch Verdunstung entweichen. Lässt man Wasser an der Luft verdunsten, so muss letztere natürlich wegen des zu vermeidenden Gegendruckes andauernd trocken gehalten werden. Eine Vergleichung der auf diese Weise festgestellten Verdunstungsmenge des Wassers mit derjenigen des Schwefelkohlenstoffs ergab in einem älteren Versuche für die Temperatur von 4° das Verhältnis 1 : 53,2, während die Rechnung nach der vorstehenden Gleichung 1 : 51,8 oder 1 : 50,2 verlangt, je nachdem man die von GAY-LUSSAC beobachtete oder die theoretische Dampfdichte für Schwefelkohlenstoff zu Grunde legt.

Die Dampfdichten findet man bekanntlich in der Nähe des Siedepunktes beträchtlich grösser als der theoretische Wert erwarten lässt, und erst in viel höheren Temperaturen beobachtet man den letzteren in genügender Unveränderlichkeit. Man hätte demnach für die gewöhnliche Lufttemperatur meist höhere Werte in Anrechnung zu bringen. REGNAULT[4]) hat

1) J. LOSCHMIDT, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **61.** p. 367; **62.** p. 468. 1870.

2) J. STEFAN, l. c. **63.** p. 63. 1871.

3) W. MÜLLER-ERZBACH, Wied. Ann. **34.** p. 1047. 1888.

4) H. V. REGNAULT, Mém. de l'acad. des sciences **26.** p. 701. 1862.

jedoch festgestellt, dass zunächst die Dichte des Wasserdampfes im gaserfüllten Raume niemals um mehr als $^1/_{100}$ von der theoretischen Dichte 0,622 abweicht. Aehnliches ergab sich für Aetherdampf bei 0° und bei 10°, während beim Alkohol in der Luft vielleicht infolge seiner Anziehung für Wasserdampf Abweichungen von $^1/_8$ der berechneten Dichte vorkamen.

Ich habe deshalb für den gaserfüllten Raum entweder den theoretischen Wert oder einen ihm nahe kommenden eines bekannten Beobachters als Gasdichte angenommen, für Schwefelkohlenstoff die von Gay-Lussac angegebene Zahl. Berechnet man nach derselben das Verhältnis der Verdunstungsmengen vom Wasser und Schwefelkohlenstoff für 11,2°, für 16,5° und 25°, so erhält man 1 : 42,9; 1 : 37,9 und 1 : 31,6, während die Beobachtung 1 : 44,8, 1 : 39,9 und 1 : 37,5 ergiebt. Die Abweichungen werden also mit steigender Temperatur grösser, eine Erscheinung, die sich bei anderen Flüssigkeiten in der Nähe ihrer Siedepunkte wiederholt und die an die bekannten Unregelmässigkeiten in der Ausdehnung beim Siedepunkt erinnert. Eine Erklärung dafür habe ich nicht gefunden. Während für niedere Temperaturen durch $g_1 = (p_1 g T_1^2 / p T^2)$ der Gewichtsverlust des Schwefelkohlenstoffs durch Verdunstung nach den Dampfspannungen p und p_1 hinreichend genau ausgedrückt wurde, musste für höhere Temperaturen das Glied g^{t-c}[1]) hinzugefügt werden. Von 20° aufwärts wurden die Abweichungen ohne Berücksichtigung des Zusatzgliedes beträchtlich hoch, während die Wasserverdunstung bis 50° nichts davon erkennen liess. Das Verhältnis der Gewichtsverluste beider Flüssigkeiten muss sich deshalb in der angegebenen Weise verändern.

Die Dampfdichte des Aethyläthers bestimmt Horstmann bei 132,6° zu 2,566, während die theoretische Dichte 2,557 beträgt. Der Ausdruck $\sqrt{2,566/0,622}$ oder 2,03 führt mit dem bei 19° 25,5 mal grösseren Dampfdruck des Aethers im Vergleich zum Dampfdruck des Wassers für 19° auf das Verhältnis der Verdunstungsmengen 1 : 51,8. Eine Kugelröhre, die nach längerer Beobachtung in 24 Stunden bei 19° 15,9 mg an Wasserdampf verlor, liess nun bei derselben Temperatur und einem Barometerstand von 733 mm in $6^1/_4$ Stunden 226 mg Aethyläther verdunsten. Das Verhältnis der Verdunstungs-

1) W. Müller-Erzbach, Zeitschr. f. Instrumenk. **10.** p. 94. 1890.

mengen war demnach thatsächlich 1:54,6 oder 1:52,7 für den Barometerdruck von 760 mm. In einem zweiten Versuche fand ich für die Durchschnittstemperatur von 18,3° und für Normaldruck das Verhältnis 1:53,7, während die Rechnung 1:52,9 verlangt. Ebenso ergaben zwei weitere Versuche mit anderen Verdunstungsröhren bei 0,5° fast ganz übereinstimmend 1:79,7 gegen 1:79,8 der Rechnung. Dieses letzte Ergebnis war besonders günstig, aber auch die übrigen konnten als befriedigend angesehen werden. Die Nähe des Siedepunktes erwies sich störend, aber weniger als beim Schwefelkohlenstoff.

Nach der angegebenen Beobachtungsweise habe ich noch für andere Flüssigkeiten die Verdunstungsmengen bestimmt und mit den nach dem Dampfdruck berechneten verglichen. Die Resultate sind in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt und es sei nur bemerkt, dass die angegebenen Gewichtsverluste für den Normaldruck berechnet sind, die wirklich beobachteten sind in Klammern hinzugefügt. Ebenso sind bei den Vielfachen des Wasserverlustes in Klammern die benutzten Verdunstungsröhren nach ihrem Wasserverlust in 24 Stunden bei 19° bezeichnet. Die zu den Versuchen gebrauchten Flüssigkeiten wurden von Merck aus Darmstadt bezogen.

Temperatur	Versuchsdauer	Gewichtsverlust	Das für Normaldruck gefundene Vielfache des Wasserverl.	Nach dem Dampfdruck berechnetes Verhältnis der Verdunstungsmengen
		Chloroform.		$\sqrt{\frac{4,19}{0,622}} = 2,595$
17,4°	17 St.	319 mg (320)	23,7 mg (21,6)	für 18° 1:24,6 nach dem Dampfdruck von 146 mm
17,9	5 „	101 —	24,2 (21,6)	
18,2	$7^1/_6$ „	151 —	23,8 (21,6)	
		Vierfach-Chlorkohlenstoff.		$\sqrt{\frac{5,33}{0,622}} = 2,93$
17,2°	$21^1/_2$ St.	167,5 mg (168)	15,2 mg (13,9)	für 17° und 72,9 mm Dampfdruck 1:14,8
18,2	17 „	119 —	14,5 (13,9)	für 18° 1:14,6
18,3	2 „	15,5 —	14,1 (13,9)	—
11,2	ältere Versuche		17,1 —	1:16,1
16,2			16,1 —	1:14,9
28,6			13,9 —	1:12,4

Temperatur	Versuchsdauer	Gewichtsverlust	Das für Normaldruck gefundene Vielfache des Wasserverl.	Nach dem Dampfdruck berechnetes Verhältnis der Verdunstungsmengen
			Benzol.	$\sqrt{\frac{2,675}{0,622}} = 2,07$
8,2°	48 St.	164 mg (167)	8,6 mg (21,8)	für 18° 1 : 10,7
10,0	$6\frac{1}{4}$ „	272 (280)	9,0 (222)	1 : 10,5
17,9	17 „	79 (81)	7,6 (15,9)	—
28,3	ältere Versuche		6,6 —	—
34,0			6,4 —	1 : 6,3
53,5			5,9 —	1 : 5,9
			Aethylbromür.	$\sqrt{\frac{3,754}{0,622}} = 2,46$
9,1°	16,1 St.	169 mg (171)	76,6 mg (6,7)	
10,0	6,6 „	74 ($74\frac{1}{2}$)	76,8 (6,7)	für 18° 1 : 73,5
16,8	16 „	537 (540)	67,7 (13,9)	1 : 58,3
17,8	8 „	284 —	67,0 (13,9)	—
34,5	1 „	190 —	102,7 (15,9)	1 : 39,4
Die Nähe des Siedepunktes 38,4° macht sich stark bemerklich.				
			Aethyljodür.	$\sqrt{\frac{5,417}{0,622}} = 2,95$
1,0°	4 St.	17,4 mg ($17\frac{1}{2}$)	28,2 mg (13,9)	für 18° 1 : 26,7
10,0	$17\frac{1}{2}$ „	179 (183)	23,6 (19,8)	1 : 22,6
16,1	17,4 „	214 (212)	22,7 (15,9)	1 : 20,2
16,1	17,4 „	184 —	22,8 (13,9)	—
16,1	$17\frac{1}{2}$ „	$289\frac{1}{2}$ (287)	22,9 (21,7)	—
18,1	$13\frac{3}{4}$ „	254 (256)	21,8 (21,8)	1 : 19,3
			Bromäthylen.	$\sqrt{\frac{6,514}{0,622}} = 3,24$
9,1°	96 St.	73 mg (72)	1,75 mg (21,7)	für 18° 1 : 2,3
10,8	25,2 „	$23\frac{1}{2}$ (24)	1,9 (21,7)	—
10,8	$25\frac{1}{2}$ „	32 —	1,8 (30,4)	„ 20° 1 : 1,99
16,7	24 „	68 —	1,85 (43,4)	„ 40° 1 : 1,67
54,6	$1\frac{1}{4}$ „	33 —	1,66 —	„ 60° 1 : 1,43
			Citronenöl.	$\sqrt{\frac{4,7}{0,622}} = 2,74$
16,1°	15,7 St.	26 mg	0,22 mg (222)	
16,3	15,6 „	26 ($26\frac{1}{2}$)	0,22 (222)	0,24 } nach dem Verhältnis correspondirender Siedepunkte ber.
53,0	$2\frac{1}{2}$ „	$8\frac{1}{2}$ —	0,24 (43,4)	0,25 }
54,0	5 „	19 —	0,25 (43,4)	

Nach den von REGNAULT direct gemessenen Druckwerten erhält man die Verhältnisse: für 99° 0,26, für 125° 0,28, für 201,6° 0,33.

Aus dem gefundenen Verhältnisse der Verdunstungsmengen $g_1/g_2 = r$ und dem bekannten Dampfdruck des Wassers (p_2) wurde nun der Dampfdruck der anderen Flüssigkeiten p_1 für weiter vom Siedepunkte abstehende Temperaturen nach der Gleichung

$$p_1 = p_2\, r \sqrt{\frac{d_2}{d_1}}$$

berechnet und diese Werte wurden wie nachstehend mit REGNAULT's Messungen verglichen.

Verdunstungsflüssigkeit	Siedepunkt	Versuchstemperatur	Dampfdruck nach der Verdunstung	Manometrisch gemessener Dampfdruck
Schwefelkohlenstoff	46,2°	4,0°	157,5 mm	157,0 mm
Aethyläther	35	0,5	186,0	187,5
		13,4° (2 Vers.)	334 mm (337)	332
		18,3°	413	405
		19,0	423	416
Aethylbromür	38	10,0	285	273
Aethyljodür	71,3	1,0	46,6	44
		18,1	111	102
		18,3	113	103
Chloroform	60,2	17,9	142,4	143
Chlorkohlenst.(CCl_4)	76,5	18,2	77,4	78
Benzol	80,4	10,0	40,6	46,6 mm R. (45 mm v. WIRKNER und YOUNG)
		17,0	53,6	66 mm
		53,5	315	312
Bromäthylen	131,6	10,8	5,5	6,9
		16,7	8,1	9,2
Citronenöl	174,8	16.1	1,1	1,3
		53	9,3	9,8

Die Abweichungen gehen im allgemeinen bei niederer Temperatur nicht über die Versuchsfehler hinaus. In der Nähe des Siedepunktes sind sie positiv und teilweise sehr gross, für Benzol und die schwerer siedenden Flüssigkeiten fallen sie bei gewöhnlicher Lufttemperatur negativ aus. Doch ist gerade

bei den letzteren, beim Bromäthylen und beim Citronenöl, die Uebereinstimmung der Ergebnisse nach beiden Methoden wieder eine ganz befriedigende, während das schon bei 80,4° siedende Benzol mit seiner bei 10° erheblich geringeren Verdunstung eine Ausnahmestellung einnimmt. Ob dabei Verunreinigungen von Einfluss sind, kann ich bis jetzt nicht beurteilen.[1])

Die gewonnenen Resultate liessen erwarten, dass auch für Quecksilber eine Bestimmung seines Dampfdruckes bei gewöhnlicher Lufttemperatur nach der vorher angewandten Methode möglich sein würde und diese Erwartung erwies sich als zutreffend. Wegen des dabei wirksamen geringeren Druckwertes kamen grössere Gefässe zur Verwendung. Es waren Glascylinder von 47,5—51 mm Durchmesser und von 73 bis 92 mm Höhe. Um festzustellen, dass bei diesen Dimensionen das Abströmen der Dämpfe und damit die Verdunstungswerte durch Luftströmungen sich nicht ändern, wurde zunächst in zwei der ausgewählten Gefässe das mit engeren Glasröhren festgestellte Verhältnis der Verdunstungsmenge des Citronenöls und des Wassers, letztere nach der Gefässgrösse berechnet, neu bestimmt. Es ergaben sich mit den früheren übereinstimmende Resultate, sodass über die Verwendbarkeit der grösseren Gefässe kein Bedenken blieb. Da aber das Quecksilber längere Zeit an der Luft verdunsten musste, so war es wesentlich, wenigstens so weit als möglich, den Staub abzuhalten. Ich benutzte deshalb für diese Versuche ein wenig betretenes Zimmer und stellte das Quecksilber in einen weiten geöffneten Schrank desselben. So blieb die Oberfläche des vorher gereinigten Quecksilbers selbst mehrere Wochen hindurch meist ziemlich blank, und der Fehler durch Ablagerung von Staub oder durch Oxydation von nicht vollständig entfernten fremden Metallen konnte nur gering sein. Beide Fehler veranlassen übrigens, was für das Endergebnis zu beachten ist, mit der Verminderung des Gewichtsverlustes zugleich eine solche im Werte vom Dampfdruck des Quecksilbers. Der zur Bestim-

1) G. Tammann fand (Wied. Ann. 32. p. 699. 1887) in dem durch 0,01 Proc. Alkohol verunreinigten Benzol den Dampfdruck um 12 mm verändert.

mung der Durchschnittstemperatur dienende Wasserintegrator stand in der Regel unmittelbar neben dem Quecksilber im offenen Schranke. Die Ergebnisse waren die folgenden:

Temperatur	Versuchsdauer	Gewichtsverlust während des Versuches	Täglicher Gewichtsverlust		Dampfdruck des Quecksilbers
			des Quecksilbers	des Wassers	
13,5°	121 Tage	26 mg	0,215 mg	595 mg	0,00124 mm
14,5	30 „	7	0,233	651	0,00131
14,9	62 „	16	0,258	661	0,00147
16,6	41 „	14	0,341	726	0,00197 †
17,9	17 „	5	0,323	762	0,00193
19,4°	52 Tage	35 mg	0,677 mg	911 mg	0,00372 mm

Von diesen Versuchen hatte ich den vierten bei der Temperatur von 16,6° für den besten, weil nach der Beendigung desselben das Quecksilber eine noch vollständig blanke, fast staubfreie Oberfläche zeigte. Im letzten Falle bei 19,4° waren das Quecksilbergefäss wie der Integrator unmittelbar neben den Röhren einer Warmwasserheizung aufgestellt, sodass die Temperatur von 11—32° schwankte, da aber die Verdunstung keine lineare Function der Temperatur ist, so hat dieser letzte Versuch keine weitere Bedeutung, als über die Zunahme des Dampfdruckes bei etwas höherer Temperatur zu orientiren. Die Genauigkeit des gefundenen Wertes wurde ausserdem noch dadurch beeinträchtigt, dass bei der zweiten Wägung des Quecksilbers seine Oberfläche mit viel Staub bedeckt war.

In der Berechnung des Dampfdruckes vom Quecksilber nach der früheren Formel ist für dessen Dampfdichte die der theoretischen Dichte nahe kommende Angabe 6,976 von Dumas benutzt, sie weicht von Mitscherlich's Wert 7,03 nur wenig ab. Abgesehen von dem Versuche bei 19,4°, der wie bemerkt, nicht ohne weiteres verglichen werden kann, zeigen die gefundenen Resultate eine befriedigende Uebereinstimmung. Sie blieb eine ähnliche, wenn statt der cylindrischen Verdunstungsgefässe andere zur Verwendung kamen, die sich nach oben conisch verengern. In fünf Fällen, bei welchen die untere Verdunstungsfläche des Quecksilbers und die Höhe der Gefässe

gleich waren, die oberen Querschnitte sich aber wie 1 : 5 verhielten, beobachtete ich für die Gewichtsverluste die Verhältnisse 1 : 5; 1 : 5,3; 1 : 4,5 und 1 : 4,7. Unter übrigens gleichen Umständen erweist sich demnach das Abströmen des Quecksilberdampfes aus cylinderförmigen oder aus conisch verengten Gefässen nur von der Grösse ihrer oberen Oeffnung abhängig.

Wesentlich andere Ergebnisse stellten sich dagegen heraus, als ich versuchte, den abziehenden Dampf durch Absorption zu entfernen. Ich bedeckte zu diesem Zwecke die Gefässe mit Cartonpapier, dessen Unterseite mit gut aufgeklebten dicken Blattsilber bedeckt war und machte dabei nachstehende Beobachtungen.

Temperatur	Versuchsdauer	Der ganze Gewichtsverlust	Täglicher Gewichtsverlust		Dampfdruck des Quecksilbers
			des Quecksilbers	des Wassers	
14°	55 Tage	9 mg	0,164 mg	611 mg	0,000955 mm
14,7	48 „	8	0,167	732	0,000831
16,5	36 „	10,5	0,292	672	0,00181

Die Absorption kann demnach im günstigsten Falle, wie beim letzten Versuche, den Quecksilberdampf ziemlich vollständig fortnehmen, aber es kann auch ein erheblicher Teil desselben rückständig bleiben. Das Verfahren erweist sich jedenfalls in der beschriebenen Ausführungsweise als ganz unzuverlässig.

Die Literatur über die Bestimmung des Dampfdruckes vom Quecksilber bei gewöhnlicher Lufttemperatur ist eine ziemlich umfangreiche, und es mag der Hinweis auf einige der früheren Beobachtungen genügen. Für die Temperaturen von 0°, 10° und 20° werden folgende Druckwerte angegeben:

	Regnault	Hagen	Hertz	Ramsay u. Young
0°	0,020 mm	0,015 mm	0,00019 mm	0,008 mm
10	0,0027	0,018	0,0005	0,015
20	0,037	0,021	0,0013	0,029

Für 15° fanden Hagen und Hertz, beide nach manometrischen Methoden 0,0195 mm und 0,00082 mm, während

Pfaundler[1]) in einer neueren Untersuchung für dieselbe Temperatur einen Druck von 0,00081 mm beobachtete, wenn er den Quecksilberdampf in Uförmigen Glasröhren durch Blattsilber absorbiren liess. Die Resultate von Ramsay und Young stehen also denen von Hagen am nächsten, während Pfaundler's Werte mit den Hertz'schen fast vollständig übereinstimmen. Auch für 56,3° zeigte sich eine ähnliche Uebereinstimmung, Hertz fand 0,01998 mm und Pfaundler 0,01801. Trotzdem halte ich ihre Werte und jedenfalls die von 20° abwärts angegebenen für viel zu klein. Die Fehler meiner Methode konnten, wie oben bemerkt, nur zu niedrige Werte ergeben und doch erhielt ich für 15° 0,0015 mm, in dem besonders hervorgehobenen Versuche aber für 16,6° 0,00197 mm Druck. Die Abweichung meiner Angaben von denjenigen Pfaundler's führe ich auf die von ihm angewandte Absorptionsmethode zurück. Zufällig stimmt das zweite der von mir nachträglich durch Absorption gefundenen Resultate mit Pfaundler's Zahl für 15° ganz gut überein, während das dritte annähernd doppelt so gross ausfällt.

---

1) L. Pfaundler, Wied. Ann. **63**. p. 36. 1897.

Versuch einer Erklärung des dunklen Kathodenraumes; von W. Kaufmann.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 15. Juni 1900.)

(Vgl. oben S. 114.)

Durch H. HERTZ[1]) und E. GOLDSTEIN[2]) ist nachgewiesen worden, dass das sogenannte „negative Glimmlicht" — dritte Kathodenschicht, nach GOLDSTEIN — in engem Zusammenhang steht mit der durch die Gase bewirkten diffusen Zerstreuung der Kathodenstrahlen. Es ergab sich nämlich, dass das Glimmlicht überall dort auftritt, wo entweder directe, oder diffus zerstreute Kathodenstrahlen das Gas durchsetzen. Wollte man nun, was ja das Nächstliegende zu sein scheint, annehmen, dass es die Kathodenstrahlen, directe und diffundirte, selbst seien, die durch ihre Zusammenstösse mit den Gasteilchen das Glimmlicht hervorrufen, so würde einer solchen Erklärung das Vorhandensein des dunklen Kathodenraumes durchaus hindernd im Wege stehen. Es wäre in der That gar nicht zu begreifen, warum die zerstreuten Strahlen, die doch auch in diesen Raum hineïngelangen müssen, dort weniger wirksam sein sollten als anderswo. Allerdings ist zu bedenken, dass die zerstreuten Strahlen jedenfalls eine etwas geringere Geschwindigkeit haben als die directen und dass sie deshalb den elektrischen Kräften an der Kathode entgegen sich bewegend bereits in einiger Entfernung von der Kathode umkehren müssen; man könnte also annehmen, dass die Grenze des dunklen Raumes mit diesem Umkehrpunkt zusammenfalle.[3]) Auch dies ist unmöglich, denn aus den Messungen von Hrn. W. P. GRAHAM[4]) geht hervor, dass das Potentialgefälle an der Grenze des dunklen Raumes gerade ausserordentlich klein ist. Ausserdem geht, wie ich gezeigt habe[5]), aus den Mes-

---

1) H. HERTZ, Wied. Ann. **19**. p. 807. 1883.

2) E. GOLDSTEIN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **40**. p. 905. 1897.

3) Vgl. die folgende Mitteilung von Hrn. E. GOLDTSEIN.

4) W. P. GRAHAM, Wied. Ann. **64**. p. 19. 1898.

5) W. KAUFMANN, Wied. Ann. **69**. p. 95. 1899.

sungen P. LENARD's[1]) über die „Absorption" der Kathodenstrahlen in Gasen hervor, dass der relative Energieverlust durch einmaligen Zusammenstoss mit einem Gasmolecül nur sehr gering sein kann, sodass bei Festhaltung des obigen Erklärungsversuches die Umkehrgrenze dicht bei der Kathode liegen muss.

Es soll nun im Folgenden versucht werden, das negative Glimmlicht und damit auch den dunklen Kathodenraum in Zusammenhang zu bringen mit der Thatsache, dass die Kathodenstrahlen ein von ihnen durchsetztes Gas leitend machen, d. h. dissociiren.[2]) Da diese Leitfähigkeit nach dem Aufhören der Entladung sehr rasch wieder verschwindet, so muss angenommen werden, dass die „Ionen", in die die Gasmolecüle gespalten worden sind, sich von selbst wieder vereinigen und zwar sei für die Geschwindigkeit der Wiedervereinigung das chemische Massenwirkungsgesetz angenommen, d. h. wenn n_1 und n_2 die Concentration der positiven bez. negativen Ionen bedeutet, so soll die Zahl der pro Secunde im Cubikcentimeter sich wieder vereinigenden Ionen gleich sein:

$$R = \alpha n_1 n_2, \tag{1}$$

wobei α eine Constante, über welche weiter unten noch näher zu berichten ist.

Die Gültigkeit dieses Gesetzes für leitende Gase ist bekanntlich von E. RUTHERFORD[3]) u. a.[4]) in mehreren Fällen nachgewiesen worden.

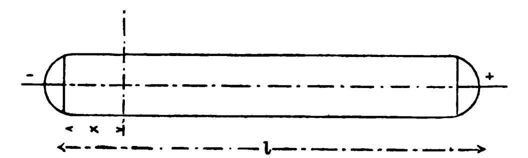
Es werde nun die Annahme gemacht, dass das Leuchten im negativen Glimmlicht entstehe durch den Zusammenstoss der Ionen bei der Wiedervereinigung, indem die Ionen, bevor sie zur Ruhe kommen, noch Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage ausführen. Die Frage nach der räumlichen Verteilung des Glimmlichtes fällt demnach zusammen mit der Frage nach dem Werte der Grösse $R = \alpha n_1 n_2$ an jedem Punkte der Röhre.

Zur Berechnung nehmen wir an, dass die Zahl der in

---

1) P. LENARD, Wied. Ann. **56.** p. 255. 1895.
2) l. c. **51.** p. 240. 1894; **63.** p. 253. 1897.
3) E. RUTHERFORD, Phil. Mag. (5) **44.** p. 422. 1897.
4) McCLELLAND, Phil. Mag. (5) **45.** p. 29. 1898.

jedem Volumenelement pro Secunde gebildeten Ionen proportional sei der Zahl der in dem Volumenelement diffus zerstreuten Kathodenstrahlen. Sei J_x die elektrisch gemessene Intensität der Kathodenstrahlen im Abstande x von der Ka-



thode einer cylindrisch angenommenen Röhre (vgl. Figur), b der Zerstreuungscoefficient[1]), so ist demnach die Zahl der in einem Volumenelement vom Querschnitt 1 und der Dicke dx pro Secunde gebildeten Ionen:

(2) $$q = \gamma \, . \, b \, . \, J_x \, dx,$$

wobei γ eine Constante (und zwar werden q positive und q negative Ionen gebildet).

Betrachten wir nun den Querschnitt in der Entfernung x, so wandern durch denselben positive Ionen von rechts nach links; ihre Zahl ist offenbar gleich der Zahl sämtlicher rechts von dem betrachteten Querschnitt erzeugten Ionen, vermindert um die Zahl der durch Wiedervereinigung vernichteten, d. h. es wandern durch jeden Querschnitt pro Secunde von rechts nach links

(3) $$Z_1 = \int_x^l (\gamma \, b \, J_x - \alpha \, n_1 \, n_2) \, dx$$

positive Ionen. Entsprechend erhält man für die Zahl der negativen Ionen:

(4) $$Z_2 = \int_0^x (\gamma \, b \, J_x - \alpha \, n_1 \, n_2) \, dx.$$

Setzt man

(5) $$S = \int_0^l (\gamma \, b \, J_x - \alpha \, n_1 \, n_2) \, dx,$$

so kann man demnach schreiben:

(6) $$Z_1 + Z_2 = S,$$

1) W. Kaufmann, l. c.

d. h. unabhängig von x, ein Resultat, das natürlich aus der Continuitätsbedingung für die Stromstärke ohne weiteres folgen muss.

Ist $\partial \Phi / \partial x$ das Potentialgefälle und k_1 bez. k_2 die „Beweglichkeit“ der + bez. — Ionen, so ist ihre Geschwindigkeit:

$$(7) \quad \begin{cases} v_1 = k_1 \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ v_2 = k_2 \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}. \end{cases}$$

(Falls, was von vornherein nicht unwahrscheinlich, bei hohen Verdünnungen nicht mehr die Geschwindigkeit, sondern ein aus Beschleunigung und Geschwindigkeit zusammengesetzter Ausdruck der Kraft proportional zu setzen ist, würden die folgenden Rechnungen nur noch als Annäherung zu gelten haben.)

Ferner ist im stationären Zustand:

$$(8) \quad \begin{cases} Z_1 = v_1 n_1, \\ Z_2 = v_2 n_2, \end{cases}$$

oder

$$(8a) \quad \begin{cases} n_1 = \dfrac{Z_1}{k_1 \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}} = \dfrac{S - Z_2}{k_1 \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}}, \\ n_2 = \dfrac{Z_2}{k_2 \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}}, \end{cases}$$

folglich:

$$(9) \quad R = \alpha n_1 n_2 = \frac{\alpha Z_2 (S - Z_2)}{k_1 k_2 \left(\dfrac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2}.$$

Gleichung (9) stellt nach den oben gemachten Annahmen die Verteilung der Lichtintensität im negativen Glimmlicht dar. Da die Gleichung $(\partial \Phi / \partial x)^2$ im Nenner enthält, so folgt, dass die Helligkeit am stärksten sein muss, wo das Potentialgefälle am schwächsten und umgekehrt; dieses Resultat stimmt durchaus überein mit den Beobachtungen von Graham[1]), welcher fand, dass die Grenze des dunklen Raumes, d. h. die Stelle, an der eine rapide Zunahme der Helligkeit stattfand, zusammenfällt mit einem rapiden Abfall des Potentialgefälles bis zu einem von Null wenig verschiedenen Werte. Mit zunehmender Entfernung von der Grenze steigt das Gefälle langsam an, dem entspricht eine allmähliche Helligkeitsabnahme.

1) W. P. Graham, l. c.

Der soeben skizzirte Gang der Glimmlichtintensität wird noch etwas modificirt durch die Abhängigkeit des Zählers in Gleichung (9) von x. Es mögen deshalb die einzelnen Glieder desselben noch discutirt werden:

α ist offenbar proportional mit der wahrscheinlichen Stosszahl pro Secunde zwischen den Ionen, d. h. es ist proportional ihrer relativen Geschwindigkeit. Diese setzt sich aber zusammen aus der von der Temperatur herrührenden Moleculargeschwindigkeit und der elektrischen Wanderungsgeschwindigkeit. Wir wollen nur die beiden extremen Fälle betrachten, dass entweder die erstere, oder die letztere in ihrer Wirkung überwiegt. Im ersten Falle ist α eine Constante, im zweiten Falle ist es proportional $\partial \Phi / \partial x$, sodass nur noch die erste Potenz von $\partial \Phi / \partial x$ im Nenner von Gleichung (9) stehen bleibt. Im allgemeinen wird also der Exponent von $\partial \Phi / \partial x$ zwischen 1 und 2 zu liegen haben.

Was Z_2 anbetrifft, so wird es nach Gleichung (4) gleich Null für $x = 0$; für kleine x kann man wegen der Kleinheit von b [1]) setzen $J_x = J_0$ und unter Berücksichtigung von Gleichung (8a) das zweite Glied unter dem Integralzeichen vernachlässigen, sodass angenähert $Z_2 = \gamma\, b\, J_0\, x$ zu setzen. Für grössere x erhält man dann eine weitere Annäherung durch Einsetzen dieses angenäherten Wertes in das zweite Glied etc. Jedenfalls ist also Z_2 von der Form $Z_2 = A\,x + B\,x^2 \ldots$

Eine wesentliche Aenderung in der oben skizzirten Abhängigkeit zwischen R und $\partial \Phi / \partial x$ wird auch durch die Veränderlichkeit von Z_2 nicht hervorgerufen.

Aus Gleichung (8a) geht hervor, dass in der Nähe der Kathode die Concentration beider Ionenarten wegen des stark wachsenden Potentialgefälles ausserordentlich klein wird. Hiermit steht in Einklang, dass im Gegensatz zu den übrigen Teilen der Entladung der dunkle Raum sich äusseren Einflüssen gegenüber wie ein vollkommener Nichtleiter verhält.[2])

Göttingen, Mai 1900.

---

1) Die numerischen Werte vgl. W. Kaufmann, l. c.

2) Vgl. z. B. die Beobachtungen von E. Wiedemann u. G. C. Schmidt (Wied. Ann. 62. p. 460. 1897) über die Schirmwirkungen einer stromdurchflossenen Röhre gegen elektrische Wellen.

Ueber den sogenannten dunklen Kathodenraum; von E. Goldstein.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. Juni 1900.)

(Vgl. oben S. 114.)

Ueber die Bedeutung des sogenannten dunklen Kathodenraumes habe ich mir eine Ansicht gebildet, die sich den fortgesetzten Beobachtungen gegenüber schon seit längerer Zeit bewährt hat, und die ich auch nach der von Hrn. Kaufmann heute gemachten Mitteilung über diesen Gegenstand aufrecht erhalten möchte. Im Nachfolgenden gestatte ich mir, meinen Erklärungsversuch in kurzem zu skizziren. In einer früheren Arbeit[1]) habe ich zu zeigen gesucht, dass das Kathodenglimmlicht (sog. dritte Schicht) aus geradlinigen Strahlen besteht, die aber nicht unmittelbar von der Kathode selbst entspringen, sondern von den gewöhnlichen, zur Kathode nahe senkrechten Kathodenstrahlen (K_2-Strahlen) ausgehen, und zwar von jedem Punkte dieser K_2-Strahlen nach allen Richtungen im Raume. Scheinbar bildet für diese Auffassung die Existenz des „dunklen Kathodenraumes" eine Schwierigkeit. Denn da die K_2-Strahlen auch durch den (nur scheinbar) dunklen Kathodenraum hindurchgehen, so sollte man zunächst auch in ihm das Auftreten der Glimmlichtstrahlen erwarten.

Nun ist aber bekannt, dass eine Kathode auf alle magnetisch deformirbaren Strahlen, und solche sind auch die Glimmlichtstrahlen, eine Abstossung (Deflexion) ausübt. Denkt man sich nun, dass zunächst ausnahmslos von allen, auch den dicht an der Kathode liegenden Stellen der K_2-Strahlen thatsächlich Glimmlichtstrahlen ausgehen, so werden diese durch die erwähnte Abstossung um eine gewisse Strecke von der Kathode fortgedrängt werden, bis dahin, wo die Abstossung für Strahlen der vorliegenden Beschaffenheit unwirksam wird. Es wird sich

---

1) E. Goldstein, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wissensch. 1897. p. 905; Wied. Ann. 67. p. 84. 1899.

also ein von Glimmlichtstrahlen freier Raum um die Kathode bilden, eben der „dunkle Kathodenraum". Dieser ist nach meiner Auffassung also eine Deflexionserscheinung, und man kann, wie mir scheint, sagen: Die äussere Begrenzung des dunklen Kathodenraumes ist der geometrische Ort derjenigen Punkte, bis zu denen die Glimmlichtstrahlen durch die von der Kathode ausgeübte Abstossung fortgedrängt werden. — Die gegebene Erklärung erscheint auch durchführbar, wenn man annimmt, dass nicht eine eigentliche successive Verschiebung der anfangs nahe der Kathode verlaufenden Glimmlichtstrahlen während eines ersten kurzen Teiles der Entladungsdauer stattfindet, sondern dass vermöge der gegebenen Entladungsbedingungen jeder Strahl sogleich von Anfang an in der der Abstossung entsprechenden Gleichgewichtslage verläuft, — eine Auffassung, wie sie auch für die magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen mehrfach vertreten wird.

Aus der hier versuchten Erklärung des dunklen Kathodenraumes ergeben sich, wie mir scheint, zwanglos Erklärungen für seine hauptsächlichsten bekannten Eigenschaften. In erster Reihe erklären sich seine Gestalten bei einfachen wie bei complicirten Kathodenformen. Man hat nur immer den Satz anzuwenden, dass von jedem Kathodenelement eine Abstossung in derselben Richtung ausgeht, in der es strahlt.[1]) So sieht man, dass der dunkle Kathodenraum z. B. bei einem cylindrischen, gerade abgeschnittenen Draht einen Cylinder mit an den Enden aufgesetzten Kugelkappen bilden muss. Zugleich erklärt sich jetzt allgemein die grosse Aehnlichkeit, welche die Formen der im Phosphorescenzlicht der Gefässwandungen auftretenden Deflexionsflächen mit dem Umriss des Dunkelraumes der deflectirenden Kathode häufig zeigen.[2]) Beide Formen gestalten sich eben nach den nämlichen Gesetzen.

Indem ich nähere Darlegungen mir für eine andere Gelegenheit vorbehalte, bemerke ich nur noch, dass unter weiterer Anwendung der für die Deflexion gefundenen Gesetze sich u. a. folgende Erscheinungen am dunklen Kathodenraum er-

---

1) Vgl. hierzu E. Goldstein, Eine neue Form elektrischer Abstossung p. 11—13 u. p. 72—81. 1880.

2) E. Goldstein, l. c. p. 55—58. 1880.

klären lassen: seine Vergrösserung bei abnehmender Gasdichte, seine Verengerung bei Gegenüberstellung einer anderen Kathode bez. bei Zustrahlung von anderem Kathodenlicht[1]), und die Verengerung, die der Dunkelraum bei Einwirkung des Magneten gewöhnlich erleidet. Man kann aber aus den hier adoptirten Principien auch ableiten, dass der Magnet unter gewissen Umständen eine Erweiterung statt einer Verengerung erzeugen muss, und die Beobachtung hat auch dies bestätigt. — Zahlreiche in der Literatur vorkommende Beobachtungen über das Verhalten des dunklen Kathodenraumes können jetzt leicht erklärt werden, so z. B. die Beobachtungen von E. WIEDEMANN und EBERT[2]), wonach secundär von festen Platten hervorgerufene Kathodenstrahlen, die auf die primäre Kathode losgehen, an der Grenze des dunklen Kathodenraumes entweder abgeschnitten werden oder sich umlegen, sodass sie nicht in ihn eindringen. Auch das scheinbare Wegblasen des positiven Lichtes, das schon HITTORF[3]) bei einander sehr nahe gestellten Polen in geringen Gasdichten beobachtet hat, und ähnliche Erscheinungen, die E. WIEDEMANN beschrieben hat[4]), sind Deflexionswirkungen verwandter Art, ausgeübt auf die Strahlen des positiven Lichtes, dessen Schichten qualitative Analoga des Kathodenlichtes sind. —

Die hier gegebene Erklärung des Dunkelraumes setzt voraus, dass die Deflexion noch in Abständen von der Kathode, die den äusseren Grenzen jenes Raumes entsprechen, merklich wirksam ist, was Hr. KAUFMANN auf Grund theoretischer Erwägungen bestreitet. Aber frühere Erfahrungen und directe Controlbeobachtungen haben mir unzweifelhaft gezeigt, dass noch in der Entfernung von einigen Centimetern von der Kathode deutliche Deflexionswirkungen zu erhalten sind.

1) E. GOLDSTEIN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1876. p. 295.

2) E. WIEDEMANN u. H. EBERT, Sitzungsber. der Erlanger physikal.-med. Societät 14. Dec. 1891.

3) W. HITTORF, Pogg. Ann. **136.** p. 209. 1869.

4) E. WIEDEMANN, Wied. Ann. **20.** p. 762. 1883; **63.** p. 242. 1897.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. Nr. 12.

Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 29. Juni 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Der Vorsitzende teilt mit, dass bei der zweiten (schriftlichen) Abstimmung über die in der Sitzung vom 15. Juni beschlossenen Satzungsänderungen 145 Stimmen abgegeben wurden. Hierbei stimmten 144 Mitglieder den Beschlüssen zu, ein Mitglied enthielt sich der Abstimmung. Nach § 33 sind damit die Satzungsänderungen vom 15. Juni d. J. definitiv angenommen.

Hr. **B. Schwalbe** sprach einen

Nachruf auf G. Karsten

und forderte am Schlusse desselben die Anwesenden auf, zum Andenken an den Verstorbenen sich von den Sitzen zu erheben.

Hr. **E. Warburg** machte einige von Experimenten begleitete

Bemerkungen über den Nickelstahl.

Hr. A. König legte eine Abhandlung von Hrn. **E. Berger** (Paris)

über stereoskopische Lupen und Brillen

vor und gab nachher den Anwesenden Gelegenheit, sich von der Wirkungsweise der genannten Apparate zu überzeugen.

Mitteilung an die Mitglieder der Gesellschaft.

Hr. Ch. Ed. Guillaume übersendet dem Unterzeichneten je einen Abdruck von den für den Pariser Congress bestimmten Referaten, sobald dieselben gedruckt sind. Die Abdrücke stehen den Mitgliedern der Gesellschaft zur Verfügung und bitte ich, mir diesbezügliche Wünsche zu übermitteln. Vorläufige Discussion vor Eröffnung des Congresses wird gewünscht.

Bis jetzt sind die Referate der Herren Amagat, Bouty, Branly, Carvallo, Crova, Macé de Lépinay, Pellat, Spring, Witz erschienen. Die betreffenden Titel der Referate sind neben den Autorennamen in Nr. 9 der diesjährigen Verhandlungen der Gesellschaft mitgeteilt.

E. Warburg.

Nachruf auf G. Karsten[1])

von B. SCHWALBE.

(Gesprochen in der Sitzung vom 29. Juni 1900.)

(Vgl. oben S. 145.)

Meine Herren! Der letzte der Stifter der Physikalischen Gesellschaft, der erste Redacteur und Herausgeber der „Fortschritte“ ist vor kurzem, vor wenigen Monaten, aus dem Leben geschieden. GUSTAV KARSTEN starb am 15. März dieses Jahres in Kiel im hohen Alter von 80 Jahren nach einem in sich abgeschlossenen, befriedigten Leben, das durch äussere oder innere besondere Schicksale nie in dem ruhigen, glücklichen Gleichmaass gestört wurde.

Wohl ziemt es der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, die aus der Berliner physikalischen Gesellschaft hervorgegangen ist, seiner und seiner Thätigkeit zu gedenken, auch wenn schon an anderen Orten und von anderen, wie von Prof. GÜNTHER, sein Lebens- und Thätigkeitsbild entworfen ist.

Mit den Gründern der Physikalischen Gesellschaft ist ein Stück Geschichte der Physik dahin gegangen; in ihnen verkörperte sich die ursprüngliche Idee der Gesellschaft, wie die damalige Richtung der physikalischen Wissenschaft, die noch nicht zu dem Umfange wie jetzt emporgewachsen war und den innigsten Zusammenhang mit anderen Wissenschaften hatte.

Alle die Männer, die im Anschluss an das Colloquium von G. MAGNUS am 14. Januar 1845 die Constituirung der Berliner physikalischen Gesellschaft beschlossen, deren erste wissenschaftliche Sitzung am 21. Februar desselben Jahres stattfand, ebenso wie die bald hinzutretenden Mitglieder, wie

---

1) Ein Teil der Notizen wurde mir in freundlichster Weise von dem Schwiegersohn des Verstorbenen, Hrn. Prof. L. WEBER, zur Verfügung gestellt, ein Teil entstammt auch persönlichen Erinnerungen.

Dr. HELMHOLTZ aus Potsdam und Lieutenant SIEMENS, gehörten nicht ausschliesslich in ihren Studien der Physik im heutigen Sinne an.

WILHELM HEINTZ, der älteste unter ihnen, geboren am 4. November 1817 zu Berlin, gestorben 1. December 1880 zu Halle, wandte sich gleich anfangs dem Studium der Chemie zu; seine Hauptuntersuchungen, seine wichtigen Arbeiten über die Fettsäuren, lagen auf diesem Gebiete. — Auch der ursprüngliche Titel der POGGENDORFF'schen Annalen der Physik und Chemie, in denen diese wie viele der späteren Arbeiten der Mitglieder der Gesellschaft veröffentlicht sind, und andere Zeitschriften der damaligen Zeit zeigen den engen Zusammenhang der einzelnen Naturwissenschaften; Physik und Chemie trennten sich später in einzelnen Teilen mehr und mehr voneinander, blieben aber doch in der physikalischen Chemie, die heute einen grossen Teil der Forschung beherrscht, aufs engste vereinigt.

EMIL DU BOIS REYMOND, geboren 7. November 1818, gestorben 26. December 1896, konnte das Heranwachsen und Aufblühen, und die von allen Seiten der Gesellschaft gezollte Anerkennung unter uns hier in Berlin durchleben, sein Bild steht uns allen noch lebhaft vor Augen. Er, ebenso wie ERNST BRÜCKE, geboren 6. Juni 1819, gestorben 7. Januar 1892, vereinigten Physiologie und Physik, der erstere auf dem Gebiete der Elektricität, der letztere auf dem der Optik; bei beiden spricht sich diese Richtung schon in den ersten Arbeiten aus: Ueber den sogenannten Froschstrom und die elektrischen Fische[1]) und: Ueber den inneren Bau des Glaskörpers.[2])

HERMANN KNOBLAUCH, geboren 11. April 1820, gestorben 30. Juni 1895 zu Halle, und WILHELM BEETZ, geboren 27. März 1822, gestorben 22. Juni 1886 zu München, waren diejenigen, die hauptsächlich die eigentliche Physik zu ihrem Arbeitsgebiete wählten, aber auch BEETZ veröffentlichte im Anfange noch chemische Arbeiten. Seine Dissertation: de cobalti oxidis eorumque connubiis nonnullis, zeigt deutlich seine ursprüngliche Richtung und nur KNOBLAUCH hat von Anfang an Ab-

1) E. DU BOIS REYMOND, Pogg. Ann. 58. 1843.
2) E. BRÜCKE, Müllers Archiv 1843.

handlungen rein physikalischer Natur veröffentlicht. Seine Untersuchungen über strahlende Wärme begründeten seine Bedeutung —. Sie alle widmeten sich der akademischen Laufbahn und sie alle gelangten schon früh zu dem höchsten Ziele einer ordentlichen Professur wie auch KARSTEN, dessen Lebensbild in kurzen Zügen ich heute Ihnen schildern möchte. Auch er stand mit verschiedenen Wissenschaften, wie der Mineralogie, in engster Beziehung, wurde er doch Professor der Physik und Mineralogie, und war überdies dem praktischen Leben mehr zugewandt, wie seine Thätigkeit auf dem Gebiete des Aichungswesens zeigt, auch ist er sonst auf den verschiedensten Gebieten der menschlichen Culturentwickelung thätig gewesen.

Ein historisches Denkmal für uns ist jenes Bild, welches beim 50jährigen Stiftungsfeste unserer Gesellschaft reproducirt wurde, das uns die sechs Stifter der Gesellschaft im jugendlichen Alter zeigt[1]); wem entrollt sich nicht bei der Erinnerung an jene hochverdienten Männer die Geschichte der Physik seit der damaligen Zeit, wie vielen von uns kommen nicht Erinnerungen persönlicher Natur in lebhafte Empfindung, da die älteren von uns brieflich oder persönlich mit den Gründern der Gesellschaft in Verbindung gestanden haben!

Sie alle haben bis zu ihrem Tode stets das grösste Interesse für die Physikalische Gesellschaft bewahrt und Teil an ihrer Entwickelung genommen. Ist doch auch in anderer Beziehung das Bild ein sprechender Zeuge für die Fortschritte der Physik. Das Photogramm ist nach einer Aufnahme von KARSTEN gemacht. Die Expositionszeit war eine sehr lange, sodass KARSTEN während der Aufnahme sich zu seinen Freunden stellen, dann wieder entfernen konnte. Die Fortschritte der Photographie seit jener Zeit treten uns so unmittelbar vor die Augen.

GUSTAV KARSTEN wurde am 24. November 1820 zu Berlin, wohin sein Vater nach der Ernennung zum Oberbergrat versetzt wurde, geboren; er stammte so aus einer Familie, die als echte Gelehrten-Familie bezeichnet werden muss, da ihr

1) Vgl. Verhandl. d. physik. Verhandl. zu Berlin **15.** Jahrg. Nr. 1. Bericht über die Feier des 50 jähr. Bestehens am 4. Januar 1896, mit einer Heliogravüre. Leipzig, BARTH 1896.

mehr als $1^1/_2$ Jahrhunderte lang Vertreter verwandter Wissenschaften angehörten. Selbst in unserer Zeit ist es oft schwer, wenn Träger desselben Namens mit demselben Vornamen wissenschaftlich publiciren, wenn die Arbeiten die Gegenstände desselben Gebietes behandeln, Verwechslungen zu vermeiden, zumal diese in den Journalen und Citaten selbst vorkommen. Bei der Bearbeitung des Registers der Fortschritte der Physik[1]) trat diese Schwierigkeit häufig hervor, wie bei den Namen Wolf, Wolff, Vogel. Die Vornamen der zweiten Generation der Karsten'schen Familie stammten aus der Familie der älteren Linie, während die directen Vorfahren andere Vornamen besassen.

Im 18. Jahrhundert waren es Wenceslaus Johann Gustav Karsten, geboren 1732 zu Neubrandenburg, gestorben 1787 zu Halle, zuerst Professor der Logik in Rostock, dann Professor der Physik und Mathematik in Halle, bekannt durch seine Arbeiten über Mathematik, und sein jüngerer Bruder Franz Christian Lorenz Karsten, geboren 1751 auf dem Landgut Pohnsdorf in Mecklenburg, gestorben zu Neuen Werder bei Rostock, die den Namen Karsten in die wissenschaftliche Welt einführten. Von dem ältern Bruder stammt Diedrich Ludwig Gustav Karsten, geboren 1768 zu Bützow in Mecklenburg und schon 1810 in Berlin gestorben, wo er 1781 Custos des neu gegründeten Mineraliencabinets und 1789 Lehrer der Mineralogie und Bergbaukunde am Bergwerkseleveninstitut (Bergakademie) geworden war. Seine Publicationen auf dem Gebiete der Mineralogie und Bergbaukunde sind ausserordentlich zahlreich.

Von dem jüngeren Bruder F. C. L. Karsten stammt der Vater unseres Stifters, Carl Johann Bernhard Karsten, geboren 26. November 1782 zu Bützow, gestorben 22. August 1851 zu Berlin, Mitglied der Akademie der Wissenschaften, er war Oberbergrat in Berlin und nahm 1851 seinen Abschied; von ihm stammen die beiden Brüder Hermann Karsten, geboren 3. September 1809 zu Breslau, gestorben 26. August 1877 zu Reinerz, der hauptsächlich mineralogische Arbeiten publicirte, und Gustav Karsten.

---

1) Bearbeitet von B. Schwalbe. Berlin, Reimer 1897.

Ausserdem ist in der wissenschaftlichen Welt noch der Vetter beider, HERMANN KARSTEN, aber auf einem anderen Gebiete, dem der Botanik, bekannt geworden.

GUSTAV KARSTEN besuchte das Friedrich-Wilhelms-Gymnasium hierselbst, machte mit 19 Jahren das Abiturientenexamen, das damals eben erst allgemein obligatorisch geworden war, und widmete sich dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften in Berlin und Bonn: STEINER, DIRICHLET, WEISS, MITSCHERLICH, DOVE, MAGNUS, PLÜCKER, RADICKE, NÖGGERATH, ARGELANDER waren seine Lehrer, aber das Interesse für andere Wissenschaften und das Streben überall die historische Entwickelung und den historischen Zusammenhang zu erfassen, bethätigte sich bei ihm schon dadurch, dass er auch Philosophie und Philologie unter TRENDELENBURG und BÖCKH, Geschichte bei RANKE hörte. Den Familientraditionen gemäss hatte er von vornherein ein grosses Interesse für Bergfach und Mineralogie, das er in Bonn besonders pflegen konnte. Im Anfang beschäftigte er sich mit Daguerrotypie, die damals die Welt in Erstaunen setzte. Immer aber blieb sein Sinn auf allgemeine Beziehungen gerichtet, wie auch seine Dissertation zeigte: Imponderabilium praesertim electricitatis theoria dynamica cum appendice de imaginibus quae luce, calore, electricitate procreantur, Berlin 1843 4°. In demselben Jahre nahm er an dem MAGNUS'schen Colloquium teil und erweiterte dann seinen Gesichtskreis durch Reisen durch Ungarn und Italien. 1845 habilitirte er sich in Berlin. Seine erste Vorlesung fand im Sommer 1845 statt: „Ueber die chemischen Wirkungen des Lichts". In der physikalischen Gesellschaft, die in demselben Jahre gestiftet wurde, hielt er den ersten Vortrag 25. Juli 1845: Sonnenspectra und Mondbilder auf Papier und DAGUERRE'schen Platten; Bericht von Versuchen über die chemische Wirkung der Sonnenstrahlen.

Der erste Vortrag in den wissenschaftlichen Sitzungen 14. Februar, war der von BRÜCKE: „die Untersuchungen über die Undurchgängigkeit der optischen Madien des Auges für Wärme und chemische Strahlen", dem sich der Vortrag von W. SIEMENS „Regulationsvorrichtung an Dampfmaschinen" anschliesst.

Eigentümlich ist, dass die Vorträge der Physikalischen

Gesellschaft nicht in deutschen Journalen veröffentlicht werden konnten.

Der Vortrag von KARSTEN wie der von SIEMENS sind publicirt in QUESNEVILLE's Revue scientifique XXVII., wobei manchmal grobe Versehen und Umstellungen mit unterliefen. (Die Verhandlungen erschienen zuerst unter der Signatur „Progrès des sciences physiques hors de France"), sodass Reclamationen erforderlich wurden. Wie hat sich nicht die literarische Production seit jener Zeit geändert! Von den weiteren Vorträgen sind hervorzuheben der Vortrag über die physikalischen Eigenschaften der Lösungen des reinen Kochsalzes in Wasser (gesondert erschienen bei REIMER 1846 und auch in KARSTEN's „Archiv für Bergbau und Hüttenwesen", gegründet von K. J. BD. KARSTEN, 1818—1831, neben dem das „Archiv für Mineralogie, Geognosie, Bergbau und Hüttenkunde" Berlin, entstand, 1829—1855, das von Bd. 10 an mit von DECKEN, von Bd. 27 an von G. KARSTEN redigirt wurde) und vom 6. Februar 1846 „Die Uebersicht der Untersuchungen über die Elasticität des Wasserdampfes und Hülfstafeln für Psychrometerbeobachtungen". Auch diese Arbeit ist, wie die vorige, in KARSTEN's Archiv und in QUESNEVILLE's „Rev. scientifique" publicirt. [1])

Nach weiteren Reisen nach Frankreich und England, wo er ARAGO, REGNAULT, MOIGNO, HALDAT, BREWSTER, AIRY, GLAISHER und FARADAY, der am meisten auf ihn einwirkte, und den er am meisten bewunderte, kennen lernte, wurde er in demselben Jahre als Professor nach Kiel berufen, wo er bis zu seinem Tode lebte, ein glückliches Leben in der Familie, ein thätiges, arbeitsames, erfolgreiches Leben im Beruf, ein nach allen Seiten hin von der Hauptthätigkeit ausgehendes schaffendes Leben für weitere Kreise.

Bei den schwierigen politischen Verhältnissen und den Stürmen des Jahres 1848 und den darauf folgenden schweren Zeiten für Holstein gelang es ihm doch durch die uneigennützige Stellungnahme bei echt deutschem Wesen für die Wissenschaften, die er vertrat, die erforderlichen Einrichtungen zu schaffen. 1848 war er bei der Einrichtung des meteorologischen Institutes thätig, 1852 hat er für seine Disciplinen

---

1) Vgl. „Fortschritte der Physik" Bd. 1. 1845.

ein eigenes Institut errichtet; freilich nicht Institute, wie wir sie jetzt haben, mit allen Mitteln der modernen Technik ausgestattet; existirten doch Institute für Physik so gut wie garnicht, weshalb die Gelegenheit, physikalisch zu arbeiten, für Studirende erst viel später, 1862 geschaffen wurde und waren doch die Hülfsmittel so beschränkt, dass der Aufbau von Apparaten und die Zusammenstellung besondere Anforderungen an diejenigen, welche sich mit den experimentellen Wissenschaften beschäftigten, stellten!

Ende der fünfziger Jahre wurde er, nachdem er noch 1855 den naturwissenschaftlichen Verein für Schleswig-Holstein gegründet hatte, mit der Organisation des Maass- und Gewichtswesens in Schleswig-Holstein betraut und zum Director des Aichamts (1859) ernannt.

Hatte er sich doch von jeher für die Reform von Maass- und Gewicht interessirt, wie die Arbeit: Vorschläge zur allgemeinen deutschen Maass-, Gewichts- und Münzregulirung, Berlin 1848 zeigt. Wer noch selbst vor 1864 an sich selbst die Unerträglichkeit und Verworrenheit der in Deutschland gebräuchlichen Münz- und Maasssysteme empfunden hat, wer noch selbst die Unannehmlichkeit der Rechnung nach Braunschweiger, Hamburger und Rheinischer Elle, nach Bayrischen, Hessenschen und Rheinischen Fuss kennen gelernt hat und genöthigt war bei kleinen Reisen Mecklenburgische, Dänische und Hamburger Schillinge, Hannoversche Neugroschen und Bremer Grote zu wechseln, der weiss den grossartigen Fortschritt auf dem Gebiete des Aichungs- und Münzwesens, der zuerst Schritt für Schritt seit 1848 stattfand und dann plötzlich nach Herstellung des Reiches vollendet wurde, zu schätzen.[1]) Kein Wunder, dass nach 1864 auch Karsten von der politischen Bewegung ergriffen wurde, er war 1869—1872 Mitglied des Landtags, 1877 und die folgenden Jahre Mitglied des Reichstags bis er 1885 dem socialdemokratischen Gegner weichen musste.

G. Karsten war es eigentümlich, dass er nicht an allen Aemtern und Würden festhielt, wenn er sah, dass neue Auf-

1) Vgl. G. Karsten, Gesetz über Einführung des Pfundes zu 500 g für Holstein 1860; Maass- und Gewichtsordnung für den Norddeutschen Bund 52 S. Kiel 1869.

gaben an ihn herantraten. Er legte schon 1869 die Leitung des mineralogischen Instituts nieder, übernahm aber die Geschäftsführung der Ministerialcommission zur Untersuchung der deutschen Meere, die er im Jahre 1895 abgab.

Die Ergebnisse sind in den Veröffentlichungen physikalischer Beobachtungen an den Stationen der Ostsee- und Nordseeküsten, die er regelmässig der physikalischen Gesellschaft zusandte, niedergelegt. Inzwischen hatte er auch für Schleswig-Holstein, das ja seine Heimatsprovinz geworden war, in den Beiträgen zur Landeskunde der Herzogtümer Schleswig-Holstein mannigfache Förderung zur Kenntnis des Landes gegeben.

So floss sein Leben ruhig dahin, in der freudigen Genugthuung genug gethan zu haben legte er 1898 sein Inspectorat des Aichungsamtes nieder, nachdem er 1894 schon die Direction des physikalischen Institutes abgegeben hatte.

Ihm ist es beschieden gewesen all die Gelegenheiten feiern zu können, bei denen wir in ernstem und bei ihm in ungetrübtem Rückblick die vergangene Zeit mit ihrem Glück und Unglück, mit den Hoffnungen und Bestrebungen, die uns erfüllt, vorüberziehen lassen können und wo die Entwickelung der Zeit und des eigenen Lebens in der Erinnerung lebendig wird. Gustav Karsten feierte 1893 das 50jährige Doctorjubiläum, 1897 das Jubiläum der ordentlichen Professur und 1898 die goldene Hochzeit an der Seite der geliebten Gattin, in der Mitte seiner Kinder, von denen in der langen Zeit des Lebens vor ihm nur eine Tochter dahingegangen war. Am 15. März 1900 schied er aus ihrer Mitte in Ruhe und Befriedigung.

Es ist unmöglich alle Arbeiten Karstens einzeln dem Inhalte nach anzugeben oder hier zusammenzustellen; in den Fortschritten der Physik (Register p. 471), in Hellmann's Repertorium, in dem Biographisch-literarischen Handwörterbuch von Poggendorff, Bd. I, p. 1230 und in der Fortsetzung desselben von Feddersen und Oettingen p. 710 sind die literarischen Nachweise gegeben. Hier mag es gestattet sein, nur die hervorzuheben, welche zu seiner ganzen wissenschaftlichen Auffassung und zu der physikalischen Gesellschaft in näherem Zusammenhang stehen. Das Streben, überall den historischen Zusammen-

hang festzuhalten und es zu ermöglichen, dass das Werden der Wissenschaft an der Hand von Berichten über die einzelnen Erscheinungen leicht verfolgt werden kann, hat ihn bei dem historischen Interesse[1]), das ihm auch sonst innewohnte, bewogen, gleich zuerst die Redaction der Fortschritte zu übernehmen, Ziel und Zweck sind in dem Vorbericht zum 1. Bande ausführlich dargestellt. „Der Hauptzweck bleibt eine wissenschaftlich geordnete und womöglich vollständige Uebersicht aller Arbeiten zu geben, die während der Zeit, welche der Jahresbericht enthält, erschienen sind.“

Er verkannte die Schwierigkeiten des Unternehmens nicht, sie zeigten sich schon bei der Herausgabe der ersten Bände und sind bis heutigen Tages bestehen geblieben und waren zeitweise sogar ausserordentlich angewachsen. Die Säumigkeit der Mitarbeiter, die Schwierigkeit der Beschaffung der Literatur und neuer Referenten, ungünstige Zeitverhältnisse, alles dies erschwerte die Redactionsarbeit. Der erste Band der Fortschritte von 1845 erschien im Jahre 1847 im Verlage von G. Reimer, wie auch die folgenden Bände bis 1887 einschliesslich. Schon 1846 traten Bedenken betreffs der Vollständigkeit auf, die Art und Weise der Citate wurde erörtert, der Band erschien 1848. Das Erscheinen des Bandes 1847 (III.) wurde schon von den politischen Ereignissen beeinflusst, der Band kam erst 1850 heraus. Jene hatten auch einen nicht unwesentlichen Einfluss auf die wissenschaftliche Production, die 1848 wesentlich geringer war, eine Erscheinung, die sich auch 1870 und 1871 beobachten liess, der Band 1848 kam 1852 heraus. Immerhin war es hauptsächlich das Streben nach Vollständigkeit, welches eine Verzögerung veranlasste; auch die Uebersiedelung nach Kiel erschwerte die Herausgabe, sodass für der Band 1849 Beetz als Mitredacteur eintrat; in diesem Bande kommt die physikalische Geographie (Physik der Erde) als neuer Teil hinzu. Um die vorhandene Verzögerung einzuholen, erschien Jahrgang 1850/1851 zusammen. Der Schwierigkeit des Verkehrs wegen war Karsten ganz aus-

---

1) Er gab schon früher den Briefwechsel von Wenceslaus Karsten mit Euler heraus, ebenso auch die biographischen Umrisse von K. J. Bd. Karsten (1854).

geschieden. Der Band 1850/1851 wurde von BEETZ und KRÖNIG redigirt und erschien 1855. Die Fortschritte bilden eigentlich eine Geschichte der Physik und die Verfasser mancher Arbeiten der neueren Zeit würden gut gethan haben, auf das früher vorhandene Material zurückzugehen. KARSTEN behielt das Interesse für diese Hauptpublicationen stets bei; er war bis 1885 Referent und bearbeitete zuletzt den Abschnitt Oceanographie. Seit meiner Uebernahme der Redaction habe ich zuerst brieflich, später persönlich mit ihm in Verkehr gestanden.

Auch sein zweites Hauptwerk, die allgemeine Encyklopädie der Physik 1860—1870, entstammt derselben Richtung des Herausgebers, die zugleich mit dem Bestreben verbunden war, auch den Zusammenhang mit anderen Wissenschaften aufrecht zu erhalten.

Eine grosse Anzahl von Gelehrten hatten die Durchführung des Unternehmens übernommen: die Meteorologie von SCHMID, die physiologische Optik von HELMHOLTZ, die Lehre vom Magnetismus von LAMONT sind eigentliche Teile dieser Encyklopädie. [1]) Die Herausgabe des Bandes I erfolgte 1869; die Einleitung in die Physik war bearbeitet von G. KARSTEN, F. HARMS und G. WEYER.

Der Zweck der Encyklopädien, ein Bild von dem Stande der Kenntnisse einer Zeit in einem Gebiete auf Grund der früheren historischen Entwickelung zu geben, schliesst zugleich eine Schwierigkeit in sich, nämlich die, das Werk so schnell erscheinen zu lassen, dass in der That der Stand des Wissens der Zeit festgelegt wird. Die mühsame, schwierige Bearbeitung dieser Encyklopädien bringt es mit sich, dass schon neue Sachen erschienen sein können, die den alten Standpunkt geändert haben, ein Uebelstand, der bei der Herausgabe der grossen wissenschaftlichen Wörterbücher, wie bei dem Hand-

---

1) Encyklopädie der Physik, Bd. IX: Handbuch der physiologischen Optik, bearbeitet von H. HELMHOLTZ. Bd. XI: Lehrbuch der Meteorologie, bearbeitet von E. E. SCHMID. Bd. XV: Handbuch des Magnetismus, bearbeitet von J. LAMONT. Die Mitarbeiter der Encyklopädie waren: P. W. BRIX, G. DECHEN, P. C. O. v. FEILITZSCH, F. GRASHOF, F. HARMS, H. HELMHOLTZ, G. KARSTEN, H. KARSTEN, C. KUHN, J. LAMONT, J. PFEIFFER, E. E. SCHMID, F. SCHULZ, L. SEIDEL, G. MEYER, W. WUNDT.

wörterbuch der Chemie von Fehling besonders hervortritt. Nachträge oder neue Auflagen sind bei den Encyklopädien erforderlich und so kommt es, dass alle diese Werke vielfach nicht neu erscheinen, ja vielfach nicht einmal beendet sind.

Von wie allgemeiner Wichtigkeit diese Einleitung in die Physik auch für die Kreise ist, welche in der Geschichte der Wissenschaft bei den Griechen die modernen Naturwissenschaften zu beherrschen glauben, erhellt schon aus dem Inhalt: Allgemeine Literatur der Physik von G. Karsten; philosophische Einleitung in die Encyklopädie der Physik von F. Harms; Maass und Messen von G. Karsten; Zeit und Ortsbestimmung von G. Weyer und von den Eigenschaften der Materie und den physischen Kräften (den allgemeinen Eigenschaften) von G. Karsten. In dem ersten Abschnitt findet sich eine übersichtliche, vollständige Angabe der damaligen physikalischen Literatur, geordnet nach einzelnen Kategorien (Literaturverzeichnisse, Geschichte der Physik, Biographie und Nekrologe, Jahresberichte und Repertorien, Encyklopädien und Wörterbücher, Schriften gelehrter Gesellschaften, den Ländern nach geordnet, Zeitschriften in derselben Weise geordnet; physikalische Lehrbücher und Sammelwerke eines Autors), eine Zusammenstellung, die heute noch die Grundlage für entsprechende kurze Bibliographien sein kann.

Im Abschnitt „Maass und Messen" tritt jene oben geschilderte Verworrenheit und Unvollkommenheit der früheren Maasssysteme hervor, von den altbabylonischen Maassen bis zu dem metrischen System ist ein Ueberblick über die ganze Entwickelung, unterstützt durch vortreffliche Tabellen, gegeben, indem stets die allgemeinen Gesichtspunkte hervorgehoben werden, und die allgemeinen Teile belehren uns über das erwähnte Vorurteil. Wenn man in Einseitigkeit glaubt, dass die moderne Chemie durch die Atome des Demokrit erschöpft sei, so würden einerseits die Vertreter dieser Richtung durch das Studium der Chemie, einer Wissenschaft, die sie nicht kennen, eines anderen belehrt, andererseits aber auch durch die Anwendung, die Demokrit von seiner Theorie macht, indem er behauptet, dass das Feuer aus leicht beweglichen Kugeln (Atomen), die anderen Elemente aus Atomen verschiedener Gestalt, die sich nur durch ihre Grösse und Kleinheit voneinander unterscheiden, bestehen,

und der die Seele als einen aus leicht beweglichen Kugeln zusammengesetzten Körper definirt. Wir Aelteren sind zum Teil noch aufgewachsen in dem früher gelehrten Dogma, dass die Leistungen der Griechen auf dem Gebiete der Naturwissenschaften die der Modernen überragten; mir ist darum unauslöschlich ein Ausspruch des Herausgebers der Annalen POGGENDORFF, bei dem ich Geschichte der Physik hörte, geblieben: „Es wäre erstaunlich, wenn unter dem Vielen, was die Griechen, diese hochbegabten und tiefen Denker, geschrieben hätten, neben dem vielen Unrichtigen, Falschen und Thörichten, das sie auf dem Gebiete der experimentellen Wissenschaften angegeben, nicht auch Anschauungen gegeben hätten, die bei der exacten Forschung, ohne dass sie die Grundlage derselben geworden sind, zur Erklärung benutzt werden könnten.“ Die genaue Kenntnis der experimentellen Naturwissenschaften zeigt, dass ihnen im Altertum nur wenig vorgebaut war.

Was KARSTEN auf dem Gebiete der Meteorologie, der Hydrographie geleistet, soll hier nicht weiter verfolgt werden, aber seine allgemeine politische Thätigkeit kann ich nicht ganz unerwähnt lassen. Wer in den siebziger Jahren das politische Leben hat mit durchleben dürfen, dem werden die Eindrücke unvergesslich bleiben. Die damaligen politischen Clubs ververeinigten die Alten, die z. T. aus dem Jahre 1848 an der Neugestaltung mitzuarbeiten unternahmen, denen es aber schwer wurde, sich in die neuen Anschauungen zu finden, die nicht an die alten anknüpften, und die Jungen, die nach der Gründung des Reiches hofften, dass auf einer gemeinsamen freiheitlichen Basis sich das Reich und seine Verfassung entwickeln werde; jeder suchte in Eifer und Arbeitsfreudigkeit die Sache des Vaterlandes zu fördern. KARSTEN hat, abgesehen von vielen nationalökonomischen Arbeiten, sich 1879 der mühsamen Arbeit von Tabellen unterzogen, aus welchen sich viele Angriffe gegen das Princip der Handelsfreiheit hätten widerlegen lassen, aber schon hatte die Politik sich anders entschieden, von da an traten die Spaltungen auf wirtschaftlichem Gebiete mehr und mehr hervor und wenn in der Mitte der siebziger Jahre sofort dem emporkommenden Gründertum und der Interessenverfolgung auch auf dem Wege der Gesetzgebung kräftig entgegen getreten wurde, so wurde von 1879 an der

Charakter in den Verhandlungen ein anderer. KARSTFN war kein Agitator, aber stets ist er seiner freien Ueberzeugung gefolgt, eine Charakterfestigkeit, die nicht dazu beiträgt, Förderung oder Berücksichtigung zu erfahren. Unbekümmert darum hat er auch auf dem Gebiete des öffentlichen Wohles durch Arbeit die Wahrheit zu fördern gesucht; auch auf dem Gebiete des Unterrichtswesens hat er manchmal als Abgeordneter Gelegenheit gehabt, seine Kenntnisse und die historische Begründung derselben zu verwerten.

Ihm ist die hohe Freude zu Teil geworden, die grossartigen Unternehmungen und Entwickelungen zur Zeit der Jahrhundertwende zu sehen, zu denen er auch einen Baustein beigetragen hat. Die Meeresforschung ist eine Aufgabe aller Völker geworden, wie das Land, so muss auch das Meer erschlossen werden, wenn das Wissen der Menschheit nicht unvollkommen bleiben soll. Welche Entwickelung hat nicht seit 1852 die deutsche Handelsflotte und Marine, welchen Umfang nicht die deutsche Marineforschung angenommen! Die Meteorologie ist aus der rein statistischen Methode herausgetreten, sie ist jetzt eine physikalische Wissenschaft, die die physikalischen Gesetze, welche die Veränderungen in unserer Atmosphäre beherrschen, zu ergründen sucht und schon vieles auf diesem Gebiete geleistet hat. Das einheitliche Maass und Gewicht ist durchgeführt, ein besonders grosses Institut bearbeitet alle einschlägigen Fragen und weitere Einigung der Nationen auf diesem Gebiete ist angebahnt. KARSTEN hat zu alledem beigetragen, wie auch allen Stiftern unserer Gesellschaft die Genugthuung wurde, das Emporblühen und die Anerkennung der Naturwissenschaften gesehen und dazu mit geholfen zu haben.

Ehre sei dem Andenken der Stifter unserer Gesellschaft, und ernstes Gedenken widmen wir heute dem letzten derselben:

GUSTAV KARSTEN.

Ueber stereoskopische Lupen und Brillen;
von **E. Berger** (*in Paris*).

(Vorgelegt in der Sitzung vom 29. Juni 1900.)

(Vgl. oben S. 145.)

Zwei zu einander geneigte, decentrirte Biconvexlinsen entwerfen von einem in der Brennweite befindlichen Gegenstande je ein aufrechtes, vergrössertes, weiter (als der Gegenstand) entferntes, virtuelles Bild für jedes Auge. Da diese Bilder auf identische Netzhautstellen beider Augen projicirt werden, so werden dieselben im Gehirn, als einem Gegenstande angehörend, wahrgenommen. Beide Bilder sind um so mehr temporalwärts abgelenkt, und desto mehr voneinander verschieden, je kürzer die Brennweite der die neue binoculäre Lupe [1]) darstellenden Linsen sind. Erstere Erscheinung erklärt, warum langes Beobachten mit der neuen Lupe ohne erhebliche Convergenzanstrengung möglich ist; letztere ist Ursache der starken stereoskopischen Wirkung der Lupe.

Die verfeinerte Reliefwahrnehmung macht sich jedoch erst nach einiger Uebung geltend. Das Gehirn muss erst die Beurteilung der feineren Reliefunterschiede aus der grösseren Verschiedenheit der Netzhautbilder erlernen. Im allgemeinen erfolgt dies ziemlich rasch; etwas langsamer bei älteren, als bei jüngeren Leuten, schwieriger bei Berufsarten, welche anhaltendes Arbeiten mit einem monoculären Instrumente erfordern. In einzelnen Fällen ergab sich, dass das körperliche Sehen nur durch die Ueberkreuzung der Contouren und durch die Schlagschatten beurteilt wird. Auch in mehreren Fällen von Hysterie und von beginnender progressiver Paralyse wurde festgestellt, dass die Verschiedenheit beider Netzhautbilder, die jener entsprechen würde, welche eine Vergrösserung des Pupillarabstandes beider Augen hervorrufen würde, keine bessere Wahrnehmung des Reliefs zur Folge hatte. Längeres Arbeiten

---

1) Solche Lupen (und Brillen) sind neuerdings von mir construirt worden und von Gebr. Koch in Stuttgart käuflich zu beziehen.

mit der Lupe bringt schliesslich bei den meisten Menschen eine erstaunliche Steigerung der Reliefwahrnehmung hervor und schliesslich wird auch die Reliefwahrnehmung ohne die stereoskopische Lupe bedeutend verbessert.

Die zu einander geneigten Linsen rufen eine astigmatische Wirkung hervor, welche entgegengesetzt dem physiologischen Astigmatismus des menschlichen Auges im horizontalen Meridiane den stärksten Brechwert zeigen; letzterer ist um $^1/_{13}$ stärker, als jener des verticalen Meridianes. Bei einer stereoskopischen Lupe von + 13 D Brennweite ist mithin der horizontale Meridian von 1 D stärker brechend, als der verticale. Ein Auge mit einem physiologischen Astigmatismus (Astigmatismus nach der Regel von $^1/_4$ D) wird mithin einen Astigmatismus von $^3/_4$ D gegen die Regel erhalten. Es genügt jedoch, eine Neigung der Lupe im verticalen Sinne auszuführen, um diese Uebercorrection des Astigmatismus des Auges durch jenen der Lupenlinsen auszugleichen. Für feineres Beobachten erfordernde Untersuchungen kann für jeden Untersucher die Lupe in der den individuellen Astigmatismus nach der Regel corrigirenden Stellung fixirt werden. In den Fällen, in welchen der Grad des Astigmatismus nach der Regel in beiden Augen verschieden ist, kann jeder Lupenlinse eine verschiedene Neigung gegeben werden; in den meisten Fällen genügt es jedoch, das beim binoculären Sehact hauptsächlich werwandte Auge (oeil directeur, Tscherning) zu corrigiren; in den Fällen von Astigmatismus gegen die Regel oder mit schief gerichteten Axen müssen den Lupenlinsen Cylindergläser beigefügt werden, welche den Astigmatismus des Auges und jenen der Linsen zusammen zu corrigiren haben.

Die neue binoculäre Lupe ist bestimmt, die einfache Lupe in allen ihren bisherigen Anwendungen in der Wissenschaft, Kunst und Industrie zu ersetzen. Die neue Lupe behält die Brennweite, Vergrösserung und den Arbeitsabstand der bisher üblichen Lupen bei; ihr Gesichtsfeld ist grösser, als jenes der letzteren; sie ermöglicht die Untersuchung mit beiden Augen, mit Verfeinerung der Reliefwahrnehmung; sie gestattet eine lange andauernde Arbeit ohne Anstrengung der die Convergenz bewirkenden Musculi recti interni; die Ueberanstrengung des allein bisher verwandten Auges, sowie die Ermüdung des

Schliessmuskels des anderen, nicht arbeitenden Auges, die Schädigung des binoculären Sehactes durch lange anhaltende Nichtbenutzung eines Auges entfallen; in sehr zahlreichen Fällen (90—97 Proc., NORDENSON, STEIGER, KNAPP) corrigirt der Lupen-Astigmatismus den Astigmatismus des Untersuchers.

Decentrirte, zu einander geneigte, Concavgläser geben Myopen die Vorteile einer feineren Reliefwahrnehmung und einer Verminderung der Convergenzanstrengung. Sowohl Convex- als Concavgläser können in dieser Weise bei der Nahebrille, welche eine binoculäre Lupe von grösserer Brennweite ist, in Verwendung kommen.

Die bei der bisher üblichen Nahebrille beobachteten Beschwerden, über welche die meisten Kranken, insbesondere bei der Anwendung von Convexgläsern, klagen, lassen sich am einfachsten durch eine, infolge auf beiden Augen ungleich starker, prismatisch-adducirender Wirkung derselben während des Lesens auftretende, Coordinationsstörung der Augenbewegungen erklären, die eingehender in einer, in der Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane erscheinenden Abhandlung besprochen werden soll.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Ueber die Strahlung des schwarzen Körpers für lange Wellen;
von O. Lummer und E. Pringsheim.[1])

(Vorgetragen in der Sitzung vom 2. Februar 1900.)

(Vgl. Nr. 3, S. 37.)

Schon in unserer ersten Arbeit[2]) über die Verteilung der Energie im Spectrum des schwarzen Körpers haben wir systematische Abweichungen zwischen der Beobachtung und der WIEN-PLANCK'schen Spectralgleichung

$$E = C\lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}} \tag{1}$$

gefunden. Während folgende auf die Lage λ_m und Höhe E_m des Energiemaximums bezüglichen Gesetze

$$\lambda_m T = A = \text{const.}, \tag{2}$$

$$E_m T^{-5} = B = \text{const.} \tag{3}$$

innerhalb des Temperaturintervalls von 700° abs. bis 1650° abs. sich vollkommen bestätigten, wich die Form der Energiecurve von der durch Gleichung (1) verlangten merklich ab. Dass diese Abweichungen systematischer Natur sind, zeigten wir durch Betrachtung der isochromatischen Curven:

$$\log E = \gamma_1 - \gamma_2 \cdot \frac{1}{T}. \tag{4}$$

Die aus diesen „Geraden" mit Hülfe der Gleichungen

$$\log C = \gamma_1 + 5 \log \lambda,$$

$$c = \gamma_2 \frac{\lambda}{\log e} \tag{5}$$

berechneten Wertepaare C und c, welche nach Gleichung (1) Constante sein müssen, zeigten einen deutlichen Gang,

---

1) Der Inhalt dieser Arbeit ist im Wesentlichen in der Sitzung vom 18. September 1900 der Abteilung für Physik der Naturforscherversammlung in Aachen mitgeteilt worden.

2) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 1. Nr. 1. p. 23—41. 1899.

wie aus der folgenden, unserer ersten Arbeit entnommenen Tab. I hervorgeht.

Tabelle I.

λ	1,21	1,96	2,20	3,68	4,96 μ
c	13510	13810	14240	14800	16510
$C.10^{-11}$	1067	1219	1449	1771	2261

Um über die Bedeutung des Wanderns der Grössen C und c Aufschluss zu erhalten, wurden die Messungen unter günstigeren Versuchsbedingungen wiederholt und vor allem die störenden Absorptionen des Wasserdampfes und der Kohlensäure in der Luft nahe eliminirt. Ausserdem wurden Controlbeobachtungen mit einem zweiten, ausserordentlich reinen Flussspatprisma angestellt und verschiedenartig construirte schwarze Körper zur Beobachtung herangezogen.

Die Resultate dieser Versuche, welche wir in einer zweiten Publikation [1]) mitgeteilt haben, standen in vollkommener Uebereinstimmung mit denen der ersten Versuchsreihe. Der Wert von c stieg systematisch mit wachsender Wellenlänge bis zu 18500 bei $\lambda = 8,3\ \mu$.

Dieses Wachsen von c mit der Wellenlänge ist im Einklang mit dem Resultate von Beckmann [2]), welcher für die

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. 1. p. 215—235. 1899.

2) H. Beckmann, Inaug.-Diss. Tübingen 1898; vgl. auch H. Rubens, Wied. Ann. **69**. p. 576—588. 1899.

H. Rubens zeigt, dass die von Beckmann benutzten Reststrahlen des Flussspates nicht, wie Beckmann angenommen hatte, der Wellenlänge 24,4 μ entsprechen, sondern aus zwei getrennten Maximis bestehen (von 24 μ bez. 32 μ). Die auf dieser Grundlage neu bearbeiteten Resultate der Beckmann'schen Versuche glaubt H. Rubens in folgender Weise zusammenfassen zu können:

1. Das Wien'sche Gesetz, bez. die hieraus abgeleitete isochromatische Curve ist zur Darstellung der gewonnenen Beobachtungsresultate vollkommen geeignet.

2. Die Constante c des Wien'schen Gesetzes muss, wenn den Beobachtungen genügt werden soll, gleich 24250 gesetzt werden, im Gegensatz zu den Resultaten der Untersuchungen des Hrn. Paschen, sowie der Herren Lummer und Pringsheim, welche, allerdings für erheblich kürzere Wellen, die Constante $c = 14400$ ergeben.

Im Widerspruch hiermit fügt H. Rubens in einer Anmerkung zwar hinzu, dass sich in unserer Arbeit „bereits eine Vermehrung der Grösse c

Wellenlänge von 24,4 μ die isochromatische Curve des schwarzen Körpers beobachtete und hieraus für c den Wert 24000 fand.

Im Gegensatz zu unseren Resultaten stehen die von F. PASCHEN[1]), H. WANNER[2]) und PASCHEN-WANNER.[3]) Ihre Versuche zwischen 1 μ und 9 μ bestätigen die WIEN-PLANCK'sche Spectralgleichung mit überraschender Genauigkeit und zwar für niedere wie für hohe Temperaturen.

Die verschiedenen Beobachter stimmen also darin überein, dass sie die Gleichungen (2) und (3) von der „schwarzen Strahlung"[4]) erfüllt finden; sie stehen im Widerspruch zu einander in Bezug auf die Gültigkeit der WIEN-PLANCK'schen Spectralgleichung (1).

Die Gesetze (2) und (3) sind durch die Arbeiten von L. BOLTZMANN[5]), W. WIEN[6]) und M. THIESEN[7]) als theoretisch wohlbegründet anzusehen.

Sehr viel unsicherer ist die theoretische Grundlage der Spectralgleichung (1).

W. WIEN[8]) hat versucht, sie auf dem von W. MICHELSON[9])

---

mit wachsender Wellenlänge zeigt"; gleichwohl möchten wir ausdrücklich darauf hinweisen, dass der BECKMANN'sche Wert von c nicht nur nicht im Widerspruch mit unseren Versuchen selbst in Bezug auf die kürzesten beobachteten Wellen steht, vielmehr erst durch das von uns gefundene systematische Anwachsen von c mit der Wellenlänge in seiner Bedeutung erkannt worden ist.

1) F. PASCHEN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 405—420. 1899 und II. Hälfte. p. 959—976. 1899.

2) H. WANNER, Ann. d. Phys. **2.** p. 141—157. 1900. In dieser Arbeit wird aus photometrischen Versuchen geschlossen, „dass das WIEN'sche Gesetz im sichtbaren Gebiete bis 4000° gültig" sei!

3) F. PASCHEN u. H. WANNER, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 5—11. 1899.

4) So wollen wir mit M. THIESEN (Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. **2.** p. 37. 1900) die Strahlung eines schwarzen Körpers bezeichnen.

5) L. BOLTZMANN, Wied. Ann. **22.** p. 31 und p. 291—294. 1884.

6) W. WIEN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 55—62. 1893; Wied. Ann. **52.** p. 132—165. 1894.

7) M. THIESEN, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **2.** p. 67. 1900.

8) W. WIEN, Wied. Ann. **58.** p. 662—669. 1896.

9) W. MICHELSON, Journ. Soc. Phys. chim. russe **19.** p. 79. 1887; Journ. de Phys. (2. ser.) **3.** p. 467—479. 1887; Phil. Mag. (5) **25.** p. 425. 1888.

eingeschlagenen Wege mit Hülfe des MAXWELL'schen Verteilungsgesetzes abzuleiten. Dieser Herleitung ist durch wohlbegründete Einwände[1] der theoretische Boden vollständig entzogen worden.

Neuerdings ist die WIEN'sche Gleichung durch M. PLANCK[2] auf elektromagnetischer Grundlage abgeleitet worden. PLANCK glaubt diese Gleichung als eine notwendige Folge des Princips der Entropievermehrung erwiesen zu haben und spricht es aus „dass die Grenzen ihrer Gültigkeit, falls solche überhaupt existiren, mit denen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie zusammenfallen".[3]

Der Beweis, auf welchen PLANCK diesen Ausspruch gründete, war nicht lückenlos. Es fehlte nach unserer Meinung[4] der Nachweis, dass wirklich jede von der WIEN'schen Formel (1) abweichende, brauchbare[5] Spectralgleichung zu einem Ausdruck der Entropie führt, der dem Entropiegesetz widerspricht. Später hat PLANCK selbst zeigen können, dass es in der That unendlich viele brauchbare Spectralgleichungen giebt, welche den bekannten Strahlungsgesetzen und gleichzeitig auch dem Entropiesatze genügen. Daher hat PLANCK den ersten Beweis durch einen neuen ersetzt.[6]

Auch gegen diesen sind Einwände erhoben worden.[7] Ohne hierauf näher einzugehen, müssen wir anerkennen, dass durch die PLANCK'schen Arbeiten die von uns gefundenen systematischen Abweichungen vom WIEN'schen Gesetze immerhin an theoretischem Interesse gewonnen haben.

Da diese Abweichungen mit steigender Wellenlänge zunehmen, haben wir versucht durch Messungen der schwarzen

1) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, l. c. p. 30—31; O. LUMMER u. E. JAHNKE, Ann. d. Phys. 3. p. 283—297. 1900. Ferner vgl. O. LUMMER: „Sur le rayonnement des corps noirs", Intern. Congress zu Paris 1900.

2) M. PLANCK, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 4. Februar, 8. Juli und 16. December 1897; 7. Juli 1898; 18. Mai 1899; Ann. d. Phys. 1. p. 69—122. 1900.

3) M. PLANCK, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. Hälfte. p. 477. 1899.

4) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, l. c., p. 225.

5) Vgl. O. LUMMER u. E. JAHNKE, Ann. d. Phys. 3. p. 287. 1900.

6) M. PLANCK, Ann. d. Phys. 1. p. 719—737. 1900.

7) Vgl. W. WIEN, „Les lois théoriques du rayonnement", Intern. Congress zu Paris 1900.

Strahlung für das Wellenlängengebiet zwischen 12 μ und 18 μ eine Entscheidung herbeizuführen.

Versuchsanordnung.

Die Versuche wurden mit demselben Spiegelspectrometer ausgeführt, welches zu unseren früheren Messungen gedient hatte. Das benutzte Bolometer hatte eine Breite von 19′ und einen Widerstand von etwa 20 Ohm. Zur Erzeugung des Spectrums diente ein vorzügliches, Hrn. Prof. Rubens gehöriges Sylvinprisma, dessen nutzbare Fläche etwa 22 cm² beträgt. Auf die Abblendung falscher Strahlung wurde besonderer Wert gelegt. Auch hier war das Spectrobolometer in einem Kasten eingebaut, dessen Luft möglichst von Kohlensäure und Wasserdampf befreit war. Vor dem Spalt befand sich die Oeffnung des schwarzen Körpers, und zwar so nahe, als es die Klappvorrichtung erlaubte.

Um die schwarze Strahlung zu verwirklichen, dienten für niedere Temperaturen, nach dem Vorgange von Lummer-Wien [1]), innen mit Russ, Platinchlorid bez. Eisenoxyd geschwärzte Hohlräume, die durch Bäder von flüssiger Luft, siedendem Wasser und geschmolzenem Salpeter auf constanter Temperatur gehalten wurden. Für höhere Temperaturen wurde der „elektrisch geglühte schwarze Körper“ [2]) in verschiedenen Formen verwandt.

Die Justirung war mit Hülfe der an einer Prismenfläche nach aussen reflectirten sichtbaren Strahlung sehr exact auszuführen. Diejenigen schwarzen Körper, welche nicht auf Glühtemperatur gebracht werden konnten, justirte man mit Hülfe eines elektrisch geglühten, die Strahlungsöffnung markirenden Platindrahtes.

Die zwischen dem Spalt und der strahlenden Oeffnung befindliche Klappe bestand aus zwei Teilen, einer wassergespülten Metallklappe und einer Flussspatplatte von ca. 4 mm Dicke, welche abwechselnd benutzt werden konnten. Die wassergespülte Klappe hat den Vorteil, dass ihre Temperatur durch ein vom Kühlwasser umspültes Thermometer genau zu

---

1) W. Wien u. O. Lummer, Wied. Ann. **56**. p. 451—456. 1895.

2) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verhandl. d. Physikal. Gesellsch. zu Berlin **17**. p. 106—111. 1898.

messen ist. Die Flussspatplatte dient nach einer von RUBENS benutzten Methode[1]) als Controle dafür, dass die gemessene Strahlung frei von falscher, diffuser Strahlung ist. Flussspat lässt nämlich alle Wellen unter 7 μ vollständig hindurch, während es diejenigen über 12 μ vollkommen absorbirt. Daher geht der Hauptanteil der Strahlung dauernd durch den Flussspatschirm hindurch, die von uns gemessenen Energien im Gebiet von 12 μ aufwärts werden hingegen vollkommen absorbirt; für sie wirkt der Flussspatschirm wie eine Metallklappe.

Die Versuche erstreckten sich über das Temperaturintervall von etwa 85° abs. (flüssige Luft) bis nahe 1800° abs. Dabei beobachteten wir die Energien für jede Temperatur an genau denselben Stellen des Spectrums. Die mit verschieden starkem Bolometerstrom beobachteten Ausschläge wurden auf gleiches Maass reducirt.

Die Spaltbreite war bei allen Beobachtungen nahe dieselbe und zwar gleich der des Bolometers. Wie besondere Versuche lehrten, waren die Ausschläge innerhalb weiter Grenzen der Spaltbreite proportional, woraus hervorgeht, dass durch die Breite des benutzten Spaltes und Bolometers kein erheblicher Fehler in der Messung hervorgebracht wird. Hiermit steht in Uebereinstimmung, dass die aus den beobachteten prismatischen Curven nach der RUNGE'schen Formel[2]) berechnete Spaltcorrection nirgends mehr als 5 Proc. beträgt.

Aus der beobachteten Energiedifferenz der Strahlung zwischen dem schwarzen Körper und der Klappe bei Zimmertemperatur sollte diejenige Energie berechnet werden, welche man bei der absoluten Temperatur Null der Klappe beobachtet hätte. Zu diesem Zwecke fügten wir allen beobachteten Ausschlägen diejenigen Beträge hinzu, welche wir bei der betreffenden Wellenlänge für den schwarzen Körper von der Temperatur der flüssigen Luft (—188° C.) erhielten. Diese „Klappencorrection" ist wenigstens für die hier in Betracht kommenden Wellenlängen praktisch identisch mit derjenigen, welche ein schwarzer Körper von der absoluten Temperatur Null (—273° C.) liefern würde.

1) H. RUBENS, Verhandl. d. Phys.-Gesellsch. zu Berlin, 6. Nov. 1896.
2) C. RUNGE, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 42. p. 205—213. 1897.

Die auf gleiches Maass reducirten und mit der Klappencorrection versehenen Ausschläge wurden sodann auf das Normalspectrum umgerechnet auf Grund der von RUBENS und TROWBRIDGE[1]) für Sylvin gegebenen Dispersionscurve. Die Dispersion des benutzten Sylvinprismas beträgt zwischen 12 μ und 18 μ nahe 2°, während sie nach den kleineren Wellen zu rasch abnimmt und z. B. zwischen 2 μ und 8 μ nur noch 35′ beträgt. Von 18 μ aufwärts ist Sylvin wegen der schnell zunehmenden Absorption unbrauchbar. Diese Eigenschaften des Sylvins in Verbindung mit den erwähnten Absorptionseigenschaften der Flussspatklappe lassen daher das gewählte Gebiet von 12 μ bis 18 μ als besonders geeignet zur Entscheidung der gestellten Frage erscheinen.

Resultate.

A. Ungültigkeit der WIEN-PLANCK'schen Spectralgleichung.

Das Beobachtungsmaterial wurde zunächst in Form von Isochromaten verwertet, welche für eine Wellenlänge die Abhängigkeit der Energie von der Temperatur darstellen und bei denen bekanntlich die Absorption, die selective Reflexion etc. keine Rolle spielt. In der Fig. 1 sind die Beobachtungen in der Form:

$$\log E = f\left(\frac{1}{T}\right) \tag{6}$$

wiedergegeben. Die ausgezogenen Curven sind durch die mit Kreuzen ($\times$) bezeichneten Beobachtungspunkte möglichst glatt hindurch gelegt.

Ausserdem sind als gestrichelte Linien in Fig. 1 die Isochromaten eingetragen, welche sich aus der WIEN-PLANCK'schen Gleichung (1) berechnen, wenn man für die Constante c den aus unseren Flussspatversuchen folgenden Wert

$$c = 5\,\lambda_m\, T = 14\,700$$

zu Grunde legt. Wie schon erwähnt, sind diese theoretischen Isochromaten der Gleichung (1) gerade Linien.

Da die aus Fig. 1 ersichtlichen Abweichungen der Beobachtung von der WIEN'schen Spectralgleichung hauptsächlich bei den höheren Temperaturen auftreten, für welche der elektrisch geglühte Körper die schwarze Strahlung liefert, so haben

1) H. RUBENS u. A. TROWBRIDGE, Wied. Ann. 60. p. 724—739. 1897.

wir versucht, ein sicheres Urteil über seine Schwärze für die untersuchten langen Wellen zu gewinnen.

Zu diesem Zwecke haben wir die Strahlung des elektrisch geglühten Körpers bei etwa 650° abs. mit der einer innen geschwärzten und im Salpeterbad erhitzten Hohlkugel verglichen. Beide Strahlungen stimmten für alle Wellen innerhalb weniger Procente überein. Ebenso konnte kein Unterschied in der Strahlung nachgewiesen werden, sei es, dass die innere Oberfläche des strahlenden Hohlraumes des elektrisch

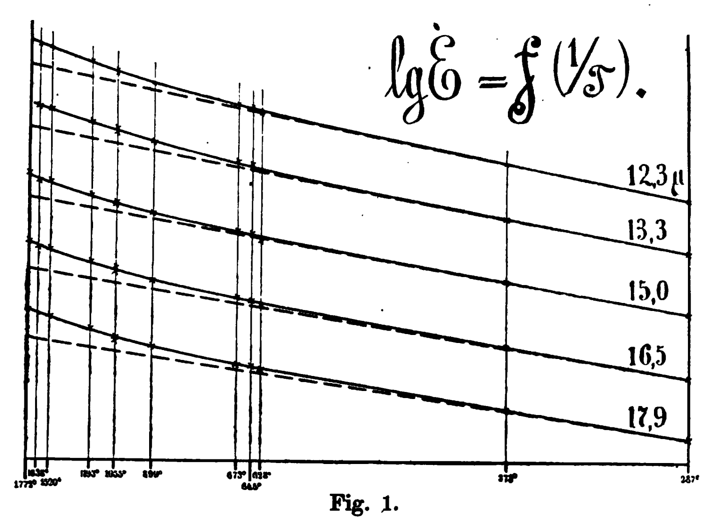


Fig. 1.

geglühten Körpers blank oder mittels Russ geschwärzt war. Es ist dies erklärlich, da schon eine freistrahlende Russfläche bei der Temperatur 650° abs. etwa 92 Proc. und die freistrahlende Fläche der gleichen Porzellanmasse, aus welcher der elektrisch geglühte Körper bestand, bei 373° abs. ebenfalls schon 90 Proc. der schwarzen Strahlung lieferte.

Dass der von uns bei hohen Temperaturen benutzte elektrisch geglühte schwarze Körper einen gleichmässig temperirten Hohlraum, also gemäss der Kirchhoff'schen Definition die schwarze Strahlung darstellt, dafür bietet die Helligkeitsgleichheit im strahlenden Hohlraum Gewähr, welche bei allen Temperaturen eine vollkommene war. Ein wie vorzügliches Kriterium die Photometrie aber ist, geht daraus hervor, dass die Helligkeitsdifferenz bei 900° abs. etwa 30 mal, bei 1900° abs. immer

noch 14 mal so gross als die Temperaturdifferenz ist.[1]) Entgegen der WANNER'schen Behauptung[2]) müssen wir den „elektrisch geglühten schwarzen Körper" nach LUMMER-KURLBAUM als „schwarzen" anerkennen.

Uebrigens ergaben auch Controlversuche, bei denen wir absichtlich merkliche Helligkeitsdifferenzen herstellten, für das beobachtete Wellenlängengebiet keine abweichenden Resultate.

Ausserdem erfüllten die von uns benutzten schwarzen Körper die drei Hauptstrahlungsgesetze, das STEFAN'sche und die Gesetze (2) und (3). Die Erfüllung dieser drei Gesetze ist die conditio sine qua non, wenn man aus Strahlungsmessungen irgendwelche Schlüsse auf die Form der Spectralgleichung (Energiecurve) ziehen will.

Die aus Fig. 1 ersichtlichen Abweichungen zwischen der Beobachtung und der WIEN-PLANCK'schen Formel sind zumal bei den höheren Temperaturen so gross, dass sie durch Beobachtungsfehler schlechterdings nicht erklärt werden können. Ihr ungefährer Betrag bei der höchsten Temperatur ist, in Procenten der beobachteten Werte ausgedrückt, in folgender Tabelle angegeben.

Tabelle II.

Wellenlänge	12,3 μ	13,3 μ	15 μ	16,5 μ	17,9 μ
$E_{\text{beob.}} - E_{\text{ber.}}$	40 %	42 %	44 %	46 %	50 %
c	24800	25300	28600	30400	31700

Es ist somit erwiesen, dass die WIEN-PLANCK'sche Spectralgleichung die von uns gemessene schwarze Strahlung für das Gebiet von 12 μ bis 18 μ nicht darstellt.

Aus den in der Tabelle angeführten Werten der „Constanten" c ist ersichtlich, dass unser Resultat in vollkommener Uebereinstimmung mit unseren Flussspatversuchen von 0,5 μ bis 8,3 μ steht. Die Werte von c sind dadurch gefunden, dass wir durch die beobachteten Curvenpunkte jeder Wellenlänge bei 1638° und 1193° abs. eine Gerade gelegt und den jeder Geraden nach Gleichung (5) zukommenden Wert von c be-

1) O. LUMMER u. F. KURLBAUM, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. Nr. 8. p. 89—92. 1900.

2) H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 149. 1900.

rechnet haben. Aus diesen Werten geht noch deutlicher wie aus denen unserer Flussspatbeobachtungen hervor, dass die mit der Wellenlänge und der Temperatur schnell ansteigende Grösse c der Wien-Planck'schen Gleichung nicht als eine „Naturconstante“ betrachtet werden darf.

Das Bestreben der Herren Paschen und Wanner, den Wert von c so genau als nur irgend möglich zu bestimmen, war daher verfrüht und die von ihnen angegebene Genauigkeit ist illusorisch.

Ebenso ist damit allen denjenigen weitgehenden Folgerungen der Boden entzogen, welche man aus der Wien-Planck'schen Gleichung hergeleitet hat.

B. Aufsuchung der Spectralgleichung.

Nachdem die Ungültigkeit der Wien-Planck'schen Gleichung erwiesen ist, hat die Darstellung der Isochromaten in

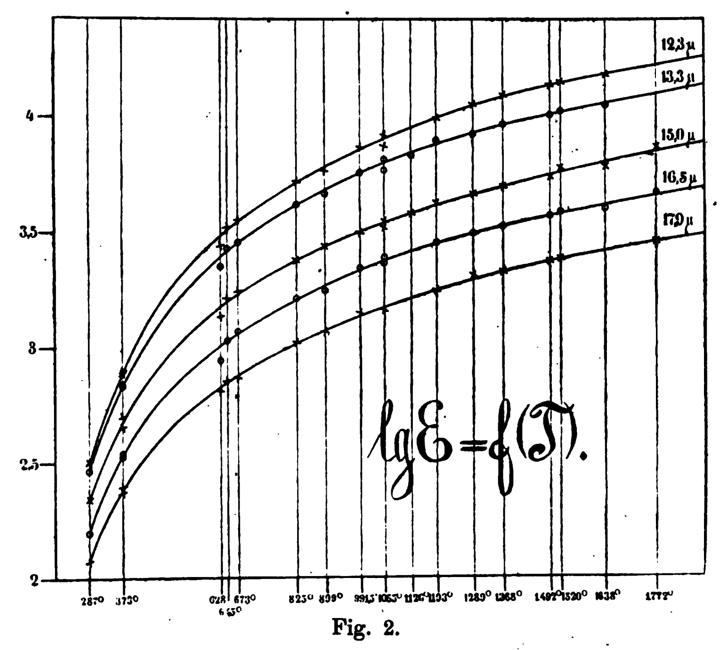


Fig. 2.

der Form $\log E = f(1 / T)$ keinen Vorteil mehr. Der besseren Uebersichtlichkeit wegen geben wir in Fig. 2 unser gesamtes Beobachtungsmaterial in der Form:

$$\log E = f(T). \tag{7}$$

Die eingezeichneten Punkte (zur besseren Unterscheidung abwechselnd mit Kreuzen × und Kreisen ⊙ bezeichnet) gehören vier verschiedenen Serien an, deren Anschluss aneinander wir dadurch bewerkstelligten, dass wir das „schwarze“ Siedegefäss als constante Strahlungsquelle benutzten, ganz wie wir es bei der Prüfung des Stefan-Boltzmann'schen Strahlungsgesetzes[1]) gethan hatten.

Durch die beobachteten Punkte sind auch hier möglichst glatte Curven gezogen worden. Bei der Schwierigkeit dieser Messungen, zumal für die niederen Temperaturen, ist die Uebereinstimmung der verschiedenen Serien untereinander als eine sehr befriedigende zu betrachten. Eigentlich fällt nur die Beobachtung bei 628° abs. heraus.

Wir sehen daher die Curven der Fig. 2 als die zusammenfassende Darstellung unserer Sylvinbeobachtungen an.

Wir wenden uns jetzt zu der Frage, welche Spectralgleichung die Form der so gewonnenen Isochromaten am besten wiedergiebt. Unter einer „brauchbaren“ Spectralgleichung werde jetzt im engeren Sinne eine solche verstanden, welche nicht nur die drei Hauptstrahlungsgesetze erfüllt, sondern ausserdem unsere Flussspatversuche mit genügender Annäherung darstellt. Dabei gehen wir aus von der Gleichung:

$$(8)\quad \begin{cases} E = C\, T^{5-\mu}\, \lambda^{-\mu}\, e^{-\frac{c}{(\lambda T)^{\nu}}}, \\ C = E_m\, T^{-5} (\lambda_m T)^{\mu}\, e^{\frac{\mu}{\nu}}, \\ c = \frac{\mu}{\nu} (\lambda_m T)^{\nu}, \end{cases}$$

welche von Lummer und Jahnke[2]) aufgestellt worden ist. Diese Gleichung geht über in diejenigen von:

W. Wien	für	$\mu = 5$	und	$\nu = 1$,
Thiesen	„	$\mu = 4{,}5$	„	$\nu = 1$,
Rayleigh	„	$\mu = 4$	„	$\nu = 1$.

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Wied. Ann. **63**. p. 395—410. 1897 und Ann. d. Phys. **3**. p. 159—160. 1900.

2) O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. **3**. p. 283—297. 1900. Im Auszug wiedergegeben in Lummer's Rapport: „Sur le rayonnement des corps noirs“, Intern. Congress zu Paris 1900 und dem wesentlichen Inhalt nach in der Sitzung vom 18. Sept. 1900 der Naturf.-Vers. zu Aachen mitgeteilt.

In der Arbeit von LUMMER und JAHNKE ist eine Methode angegeben, mit deren Hülfe man schon aus einer Energiecurve zusammengehörige Wertepaare von μ und ν finden kann. Ferner wird mitgeteilt und an der Hand von Rechnungen gezeigt, dass unsere Flussspatversuche genügend wiedergegeben werden durch die Wertepaare:

$$\mu = 5; \qquad \nu = 0,9,$$
$$\mu = 4,5; \qquad \nu = 1,0,$$
$$\mu = 4; \qquad \nu = 1,2.$$

Dadurch wird ausser dem Wertepaar der WIEN-PLANCK'schen Gleichung ($\mu = 5$; $\nu = 1$) auch das der RAYLEIGH'schen Formel[1] ($\mu = 4$; $\nu = 1$) von den „brauchbaren" ausgeschlossen.

Mit obigen „brauchbaren" Wertepaaren haben wir auch für die langen Wellen die Isochromaten $\log E = f(T)$ berechnet und bei 1000° abs. mit den beobachteten zur Coincidenz gebracht. Aus dieser Vergleichung geht hervor, dass von diesen Paaren das THIESEN'sche ($\mu = 4,5$; $\nu = 1$) der Form der Isochromaten am besten, wenn auch nicht vollkommen, folgt.

Weitere Rechnungen haben jedoch gezeigt, dass das dem LUMMER-JAHNKE'schen Wertepaare ($\mu = 4$, $\nu = 1,2$) verwandte Paar:

$$\mu = 4, \qquad \nu = 1,3$$

die Form noch erheblich besser wiedergiebt als das THIESEN'sche. Man kann die Isochromaten durch die beobachteten Punkte ohne Zwang so hindurchlegen, dass sie mit den Isochromaten für $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ auf der ganzen Länge coincidiren.

Wenn aber auch eine Gleichung die Form der Isochromaten richtig wiedergiebt, so braucht sie, falls das beobachtete Wellenlängengebiet ein beschränktes ist, noch nicht die richtige Spectralgleichung zu sein. Denn aus der Form einer Isochromate lassen sich auf die Gültigkeit der Spectralgleichung nur negative, keine positiven Schlüsse ziehen. Alle

---

1) Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. 49. p. 539—540. 1900.

Methoden, welche das Verhältnis der absoluten Energien für die verschiedenen Wellenlängen nicht zu bestimmen erlauben, so z. B. die photometrische Methode von PASCHEN-WANNER[1]), die von BECKMANN angewandte RUBENS-NICHOLS'sche Methode[2]) der Reststrahlen, können für sich allein nicht zur Bestätigung bez. Aufstellung der Spectralgleichung dienen.

Um dieses Verhältnis bei den vorliegenden Versuchen zu finden, haben wir nur nötig, die Correctionen infolge der Absorptionen und der Breite des Spaltes bez. des Bolometers anzubringen. Da der Wasserdampf und die Kohlensäureabsorptionen als eliminirt gelten können, und die Unterschiede im Reflexionsvermögen der Silberspiegel für diese langen Wellen verschwinden, so bleibt nur die Absorption des Sylvinprismas übrig. Diese wurde aus den von RUBENS und TROWBRIDGE (l. c.) für das Absorptionsvermögen des Sylvins gegebenen Zahlen berechnet. Danach sind die beobachteten Energien zu multipliciren, bei

$\lambda = 12{,}3\,\mu$ mit 1,01,
$\lambda = 13{,}3\,\mu$ „ 1,02,
$\lambda = 15{,}0\,\mu$ „ 1,10,
$\lambda = 16{,}5\,\mu$ „ 1,16,
$\lambda = 17{,}9\,\mu$ „ 1,35.

Bei der Grösse dieser doch nur angenähert bestimmbaren Correctionen haben wir die Anbringung derjenigen infolge der Breite des Spaltes und des Bolometers vorläufig unterlassen, da ihre Differenzen für verschiedene Temperaturen und Wellenlängen einige Procente nicht überschreiten.

Endlich haben wir das mit dem Sylvinprisma gewonnene Beobachtungsmaterial für die langen Wellen mit demjenigen verglichen, welches wir früher für die kürzeren Wellen mittels des Flussspatprismas gefunden hatten.

Da das Gesetz der fünften Potenzen (Gleichung 3) erwiesen ist, so kann man mit Sicherheit die maximale Energie berechnen, welche wir früher bei den Flussspatversuchen für

1) F. PASCHEN u. H. WANNER, l. c.
2) H. RUBENS u. E. F. NICHOLS, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897.

die absolute Temperatur 287° erhalten haben würden. Dieses Maximum liegt nach Gleichung:

$$\lambda_m T = 2940$$

bei der Wellenlänge $\lambda = 10,25\,\mu$.

Es lässt sich aber nicht nur die maximale Energie, sondern es lassen sich auch die ihr benachbarten Ordinaten der Energiecurve bei 287° abs. genau berechnen. Die Form dieser Curve wird nämlich in der Nähe des Maximums gleichgut von der Wien'schen wie von der Thiesen,schen Gleichung etc. dargestellt.

Wir haben nun diese Energiecurve für 287° abs. (Strahlung der Klappe gegen flüssige Luft) mit dem Sylvinprisma beobachtet. Wegen der Eigenschaften des Sylvins ist das Maximum dieser Curve nicht so genau zu bestimmen, wie die Energie bei den längeren Wellen. Wir haben daher nicht das thatsächlich bei 10,3 μ beobachtete Energiemaximum, sondern das Curvenstück zwischen 11 μ und 13 μ mit der berechneten Curve zur Deckung gebracht. Mit dem auf diese Weise erhaltenen Reductionsfactor wurden alle Energien der Sylvinserien multiplicirt und so auf den Maassstab der Flussspatbeobachtungen zurückgeführt.

Hierdurch waren wir in den Stand gesetzt, das Beobachtungsmaterial in Form von Energiecurven darzustellen, welche die Energieverteilung fast ununterbrochen von 0,5 μ bis 18 μ wiedergeben. Als Beispiel werde hier nur diejenige für die Temperatur 1650° abs. in Fig. 3 wiedergegeben. In ihr stellt die ausgezogene Curve bis 7 μ die von uns beobachtete Isotherme dar; sie ist für 1650° abs. genau identisch mit der Thiesen'schen, welche bis 18 μ eingezeichnet worden ist. Auf der Strecke von 12 μ bis 18 μ sind die beobachteten Punkte eingetragen und durch Kreise ⊙ markirt. Ausserdem ist die Rayleigh'sche Isotherme auf der ganzen Strecke, die Wien'sche auf dem absteigenden Ast eingetragen. Der aufsteigende Ast der Wien'schen fällt mit der beobachteten nahe zusammen. Das Gebiet der langen Wellen ist mit den gleichen Zeichen in 20facher Vergrösserung besonders wiedergegeben. Hier ist auch die Formel $\mu = 4$ und $\nu = 1,3$ zur Darstellung gelangt und mit einem Kreuz × markirt.

Eine bessere Uebersicht gewinnt man aus dem tabellarisch zusammengestellten Beobachtungsmaterial. Wir begnügen uns hier mit der Wiedergabe der Resultate für einige

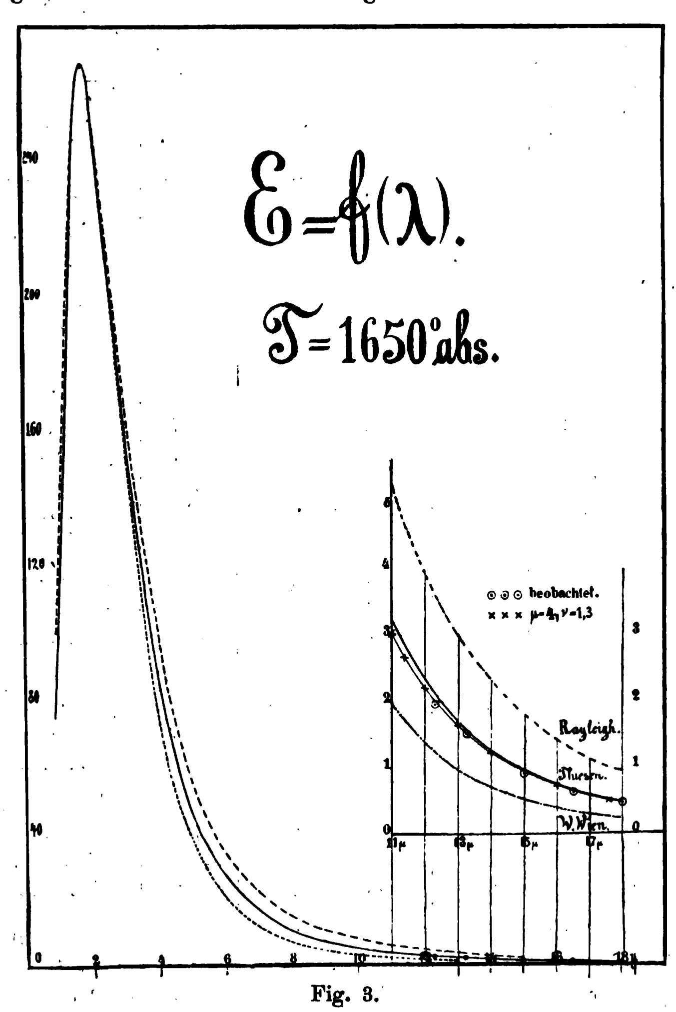


Fig. 3.

Temperaturen. In Tab. III sind die auf den Maassstab der Flussspatbeobachtungen reducirten Energien unter „beobachtet" eingetragen und mit den Resultaten der LUMMER-JAHNKE'schen Spectralgleichung (8) für die Wertepaare $\mu = 5$; $\nu = 1$ (W. WIEN), $\mu = 4{,}5$; $\nu = 1$ (THIESEN) und $\mu = 4$; $\nu = 1{,}3$ zusammengestellt.

Tabelle III.

Abs. Temp.	12,3 μ	13,25 μ	15 μ	16,5	17,9 μ	Spectral-gleichung
287°	0,040	0,038	0,030	0,023	0,020	beobachtet
	0,040	0,037	0,031	0,026	0,022	$\mu=4$; $\nu=1,3$
	0,040	0,037	0,032	0,028	0,024	THIESEN
	0,039	0,036	0,030	0,026	0,022	W. WIEN
373°	0,099	0,088	0,066	0,050	0,041	beobachtet
	0,104	0,090	0,070	0,055	0,045	$\mu=4$; $\nu=1,3$
	0,107	0,095	0,074	0,060	0,049	THIESEN
	0,107	0,094	0,074	0,060	0,049	W. WIEN
700°	0,49	0,40	0,26	0,18	0,14	beobachtet
	0,51	0,41	0,27	0,18	0,15	$\mu=4$; $\nu=1,3$
	0,57	0,45	0,31	0,22	0,17	THIESEN
	0,47	0,36	0,23	0,16	0,12	W. WIEN
1095°	1,11	0,87	0,52	0,37	0,27	beobachtet
	1,11	0,86	0,56	0,40	0,29	$\mu=4$; $\nu=1,3$
	1,24	0,95	0,60	0,42	0,30	THIESEN
	0,85	0,63	0,38	0,26	0,18	W. WIEN
1200°	1,29	1,00	0,59	0,42	0,31	beobachtet
	1,28	0,99	0,63	0,45	0,33	$\mu=4$; $\nu=1,3$
	1,41	1,08	0,68	0,47	0,34	THIESEN
	0,93	0,69	0,42	0,28	0,19	W. WIEN
1492°	1,78	1,35	0,80	0,56	0,41	beobachtet
	1,75	1,34	0,85	0,60	0,43	$\mu=4$; $\nu=1,3$
	1,87	1,41	0,87	0,60	0,43	THIESEN
	1,11	0,81	0,48	0,31	0,22	W. WIEN
1650°	1,96	1,52	0,92	0,63	0,46	beobachtet
	2,01	1,53	0,96	0,67	0,48	$\mu=4$; $\nu=1,3$
	2,11	1,58	0,97	0,66	0,48	THIESEN
	1,23	0,89	0,52	0,34	0,23	W. WIEN

Aus der Tabelle ersieht man, dass für das beobachtete Gebiet der langen Wellen die LUMMER-JAHNKE'sche Gleichung mit $\mu=4$ und $\nu=1,3$, welche die Form der Isochromaten am besten wiedergiebt, auch die Energien dem absoluten Betrage nach vorzüglich darstellt. Die Differenzen zwischen ihr und der Beobachtung bei den Wellen 15 μ, 16,5 μ und 17,9 μ deuten darauf hin, dass ausser der Sylvinabsorption auch noch die Luftabsorption mitwirkt.

Wenn auch die THIESEN'sche Gleichung ($\mu = 4{,}5$; $\nu = 1$) wenigstens für alle praktischen Zwecke innerhalb des grössten Teiles des beobachteten Wellenlängengebietes noch als eine brauchbare Darstellung zu betrachten ist, so ist sie doch der LUMMER-JAHNKE'schen Spectralgleichung mit $\mu = 4$ und $\nu = 1{,}3$ in Bezug auf die langen Wellen unterlegen.

Die aus der WIEN-PLANCK'schen Formel berechneten Werte sind in die Tab. III nur aufgenommen um zu zeigen, dass diese Gleichung auch bei den langen Wellen die schwarze Strahlung für niedere Temperaturen darstellt, während sie, wie schon erwähnt, bei den hohen Temperaturen vollständig versagt. Auch unsere Flussspatversuche liessen deutlich erkennen, „dass die Abweichung zwischen Theorie und Beobachtung um so kleiner wird, je tiefer die Temperatur des strahlenden Körpers ist“.[1])

Die RAYLEIGH'sche Gleichung fällt aus der Betrachtung für die langen Wellen schon deshalb heraus, weil sie die beobachteten Energiecurven im Gebiet der kürzeren Wellen schlechter darstellt als die WIEN'sche. Selbst wenn eine Formel das Gebiet der langen Wellen noch so gut darstellte, so wäre sie als Spectralgleichung unbrauchbar, falls sie das praktisch viel wichtigere, weil an Strahlungsenergie so bedeutend überlegene, Gebiet der kleineren Wellen nicht wiedergiebt.

Dass die THIESEN'sche Formel, welche wenigstens angenähert die langen Wellen darstellt, auch für unsere Flussspatversuche gilt, bedarf unsererseits keines Beweises, da sie ja diesem Umstande ihre Entstehung verdankt.[2])

Wie verhält es sich nun in dieser Beziehung mit dem Wertepaare $\mu = 4$ und $\nu = 1{,}3$?

Wie wir wissen, stellt ja doch nach LUMMER und JAHNKE die Formel mit $\mu = 4$ und $\nu = 1{,}2$ unsere Flussspatversuche dar, und zwar giebt sie die Energien bei den höheren Temperaturen bis 10 μ, bei den niederen bis 18 μ ebensogut wie die THIESEN'sche wieder.

Aber auch die Formel mit $\mu = 4$ und $\nu = 1{,}3$ kann als Ausdruck unserer Flussspatversuche gelten. Ausführliche Rech-

---

1) O. LUMMER u. E. PRINGSHEIM, l. c. p. 226.

2) M. THIESEN, l. c.

nungen haben gezeigt, dass sie sogar für alle Temperaturen bis ca. 1000° abs. das beobachtete Gebiet der kürzeren Wellen besser wiedergiebt, als die mit ihr concurrirenden Wertepaare ($\mu = 4{,}5$; $\nu = 1$ und $\mu = 4$; $\nu = 1{,}2$). Für die niederen Temperaturen, für welche die WIEN'sche Formel noch als Ausdruck unserer Beobachtungen gelten kann, zeigt nämlich die THIESEN'sche merkliche Abweichungen, während sie bei den höheren Temperaturen unsere Versuche thatsächlich vollkommen darstellt.

In Uebereinstimmung hiermit zeigt die Durchrechnung, dass von 1200° abs. aufwärts die Formel mit $\mu = 4$ und $\nu = 1{,}3$ unsere Flussspatbeobachtungen nicht exact wiedergiebt. Dabei sind jedoch die geringen Abweichungen in Bezug auf Grösse und Richtung derart, dass sie nach Anbringung der früher vernachlässigten Correctionen infolge selectiver Reflexion an den Spiegeln etc. möglicherweise ganz verschwinden.

Wir glauben daher als das Resultat aller unserer Strahlungsversuche aussprechen zu dürfen, dass die schwarze Strahlung innerhalb 1 μ bis 18 μ durch die LUMMER-JAHNKE'sche Spectralgleichung:

$$E = C\, T^{5-\mu} \lambda^{-\mu} e^{-\frac{c}{(\lambda T)^{\nu}}},$$

mit dem Wertepaare $\mu = 4$ und $\nu = 1{,}3$ am besten dargestellt wird.

Vielleicht ist der wahre Wert von ν nicht genau 1,3, sondern etwas kleiner. Jedenfalls liegt er näher bei 1,3 als bei 1,2. Ueber die genaue Grösse von ν sollen spectrobolometrische Versuche im sichtbaren Gebiete des Spectrums eine Entscheidung treffen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. Nr. 13.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 19. October 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Der Vorsitzende theilt mit, dass die Gesellschaft auf dem internationalen Physikercongress in Paris durch die Herren du Bois (Berlin), Drude (Giessen), Lummer (Berlin), Voigt (Göttingen), Warburg (Berlin) als Delegirte vertreten war.

Er legt ferner den ersten Band der Fortschritte der Physik für das Jahr 1899 vor, erinnert daran, dass die ersten beiden Bände auch ohne den dritten zu dem Vorzugspreis von Gesellschaftsmitgliedern bezogen werden können, und empfiehlt die Anschaffung der Fortschritte für die Institutsbibliotheken.

Hr. **E. Lampe** spricht dann

einen Nachruf für Professor Dr. Reinhold Hoppe.

Hr. **F. Kurlbaum** berichtet nach gemeinsam mit Hrn. **H. Rubens** angestellten Versuchen

über die Emission langer Wellen durch den schwarzen Körper.

Bei der sich an diesen Vortrag anschliessenden lebhaften Discussion spricht Hr. **M. Planck**

über eine Verbesserung der Wien'schen Spectralgleichung.

Aenderung der Redactions-Ordnung

für die

Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

(Beschlossen in der Vorstandssitzung vom 19. October 1900.)

---

1. In § 3 fällt der letzte Absatz „Bei derjenigen Nummer etc.“ fort.

2. An seine Stelle tritt folgender Satz: „Liegt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Sitzungen der Gesellschaft ein grösserer Zeitraum als drei Wochen, so werden zur Veröffentlichung der in dieser Zeit bei dem Herausgeber eingehenden Referate über bereits gehaltene Vorträge nach Bedarf besondere Nummern ausgegeben.“

3. Am Schlusse von § 5 wird hinzugefügt: „Die Ausgabe der Separatabzüge erfolgt erst nach Fertigstellung der betreffenden Nummer der Verhandlungen.“

Nachruf

für

Professor Dr. Reinhold Hoppe.

Von E. Lampe.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 19. October 1900.)

(Vgl. oben S. 181.)

Am 7. Juni dieses Jahres verschied in seiner Wohnung zu Berlin Prof. Dr. REINHOLD HOPPE, den Jahren nach wohl das älteste unserer Mitglieder. Vierzig Jahre hat er unserer Gesellschaft angehört; für zweiundzwanzig Jahresberichte der Fortschritte der Physik, die Jahre 1863 bis 1884 umfassend, hat er als Mitarbeiter Referate geliefert, zuerst über Aeromechanik, Licht und Wärme, sodann aber vom XXII. Bande an über Festigkeit und Elasticität. In den Sitzungen hat er wohl kaum je das Wort ergriffen; gleichwohl bekundete er sein lebhaftes Interesse an den Verhandlungen durch sein regelmässiges Erscheinen zu den Sitzungsabenden. Als es ihm in seinem höheren Alter schwerer wurde, den Vorträgen zu folgen, beschränkte er seine Anwesenheit mehr und mehr auf die letzte Viertelstunde, um sich denen anzuschliessen, welche bei den Nachsitzungen in freier Unterhaltung wissenschaftliche Gegenstände erörterten. Zuletzt kam er nur noch zu diesen geselligen Zusammenkünften, sowie zu den Stiftungsfesten, meistens ein schweigsamer Gast, aber zuweilen doch plötzlich und lebendig in die Unterhaltung eingreifend.

ERNST REINHOLD (REGINHALD) EDUARD HOPPE wurde zu Naumburg an der Saale am 18. November 1816 geboren als Sohn des Dompredigers ERNST AUGUST DANKEGOTT HOPPE und seiner Ehefrau FRIEDERIKE WILHELMINE, geb. NITZSCH, der Schwester des Theologen KARL IMMANUEL NITZSCH; er gehörte also von väterlicher und von mütterlicher Seite her bekannten und hoch geachteten Gelehrtenfamilien an. Unter

den elf gross gezogenen Kindern des Pfarrhauses war er das sechste, von den vier Brüdern der dritte. Sein um vier Jahre älterer Bruder KARL war der Gründer der bekannten Maschinenbauanstalt und Eisengiesserei zu Berlin; der um zwei Jahre ältere Bruder ERNST war Oberförster, und der um neun Jahre jüngere Bruder FELIX HOPPE-SEYLER Chemiker und Physiologe, Professor an der Universität Strassburg. Zweimal wechselte die Familie noch ihren Wohnsitz; bald nach der Geburt des kleinen REINHOLD zum Superintendenten in Freiburg an der Unstrut befördert, siedelte der Vater nach dieser Stadt über, später, am Anfange der dreissiger Jahre, in gleicher Stellung nach Eisleben. Dort starb jedoch bald nach dem Einzuge in die neue Stadt die Mutter (19. Febr. 1832), einige Jahre darauf der Vater (10. Oct. 1835); mit neunzehn Jahren war REINHOLD also des Vaters und der Mutter beraubt. Zuerst auf dem Gymnasium in Eisleben vorgebildet, genoss er später der Wohlthat des Unterrichtes auf der Landesschule Pforta, und zuletzt besuchte er das Gymnasium in Greifswald, wo seine an den dortigen Superintendenten und Prof. KARL VOGT vermählte Schwester LAURA lebte. Mit dem Zeugnis der Reife des Greifswalder Gymnasiums vom 30. August 1838 versehen, bezog der zweiundzwanzigjährige Abiturient zunächst die Universität Kiel auf zwei Semester; die beiden folgenden Semester studirte er in Greifswald, die letzten drei in Berlin, wo er am 24. März 1842 sein Abgangszeugnis nahm. Die Neigung zur Beschäftigung mit der Mathematik soll bei ihm früh durch seinen älteren Bruder KARL geweckt sein, der ihn schon in seinem zehnten Lebensjahre in die Geheimnisse der Quadrat- und Cubikwurzelausziehung einweihte.

Nach der Beendigung der Studienzeit wandte sich REINHOLD HOPPE der Lehrthätigkeit zu. Das Probejahr erledigte er am Gymnasium zu Greifswald von Michaelis 1842 bis 1843. Von Ostern 1846 bis Michaelis 1849 nahm er eine Stelle als Lehrer in der Erziehungsanstalt zu Keilhau an, in welcher die FROEBEL'schen Grundsätze der Erziehung zur Anwendung gebracht wurden. Von Michaelis 1849 bis 1853 versuchte er sich als Lehrer am Köllnischen Realgymnasium zu Berlin, das zu jener Zeit unter dem Director AUGUST in hoher Blüte stand. Während dieser Zeit erwarb er sich an der Universität

zu Halle den Doctorhut am 25. November 1850. Da seiner Unterrichtsarbeit der wünschenswerte Erfolg nicht entsprach, ausserdem seine Forschernatur nach einer freieren Thätigkeit drängte, habilitirte er sich 1853 als Privatdocent für Mathematik an der Berliner Universität. Noch einmal vertauschte er den Hörsaal der Universität mit den Klassen eines Gymnasiums, als er von Ostern 1858 bis 1859 eine Lehrstelle am Gymnasium zu Glogau übernahm. Aber auch dieses Mal versagte seine Natur gegenüber den Ansprüchen der Schule, und so kehrte er denn 1859 an die Berliner Universität zurück und gehörte ihr von da an ohne Unterbrechung als Privatdocent bis zu seinem Tode am 7. Juni 1900 an. Schon bei seiner Habilitation im Jahre 1853 hatte er sich um die Lehrbefugnis für Philosophie beworben, ohne sie aber zu erlangen. Ein zweites Gesuch vom Jahre 1870 hatte keinen besseren Erfolg; seinem im Jahre 1871 erneuten Antrage wurde dann endlich auf energische Befürwortung von Trendelenburg Folge gegeben. Den Charakter als Professor erhielt er 1870. — Nach dem Tode Grunert's 1872 wurde ihm die Redaction des Archivs der Mathematik und Physik anvertraut, eine Thätigkeit, die ihm hohe Befriedigung gewährte, weil dadurch seine Existenz in mehr als einer Beziehung einen Halt gewann, und weil er damit die Gelegenheit erhielt, in einer seiner Natur zusagenden Art durch Oeffnung des reichen Schatzes seines Wissens nach aussen zu wirken. Die Pflichten dieser Schriftleitung hat er bis zu seinem Tode im Alter von 83 $^1/_2$ Jahren treu erfüllt. Der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Upsala gehörte er als ordentliches Mitglied an. Dies sind die Daten für den Gang seines Lebens.

Die wissenschaftliche Production des Verschiedenen, die sich über einen Zeitraum von 55 Jahren erstreckt, ist eine überaus reiche und vielseitige gewesen. Er war eben nicht ein einseitiger Mathematiker, sondern sein Geist umspannte neben allen Gebieten der Mathematik die Physik, die Philosophie, die Sprachforschung und suchte Erholung in der Ausübung der Musik; endlich versenkte er sich als echter Sohn eines evangelischen Pfarrhauses philosophisch in die letzten Fragen der Beziehungen des Menschen zu Gott. Was alle seine Schriften kennzeichnet, ist die Selbständigkeit und Ehr-

lichkeit seines Denkens; überall leuchtet ein abgeschlossenes, fertiges Wesen hervor, das in sich Genüge gefunden hat. Mag der Leser sich auch nicht mit ihm in Uebereinstimmung befinden, so nötigt der tiefe Ernst, mit dem alle Fragen behandelt sind, Achtung vor einem Geiste ab, der nach langer und unablässiger Gedankenarbeit eine in sich ruhige und befriedigte Klarheit errungen hat und im Besitze einer nicht mehr zu erschütternden Ueberzeugung eine oft schneidende Kritik übt.

Gehen wir zunächst auf die mathematischen Schriften ein, so erregt die blosse Anzahl derselben Bewunderung. Im Archiv der Mathematik hat Hoppe rund 200 Originalartikel veröffentlicht; dazu treten etwa 50 mathematische Aufsätze in anderen Zeitschriften, ferner vier selbständig erschienene Arbeiten. Wenn man auch aus den Veröffentlichungen im Archiv viele kleinere Notizen aussondert, die augenscheinlich häufig zur Füllung eines Heftes geschrieben sind und den Vorlesungsheften entnommen sein mögen, so bleiben immer noch genug übrig, deren Inhalt in der einen oder anderen Hinsicht beachtungswert, ja bedeutend ist, und auch jene kleineren Artikel tragen in vielen Wendungen das Gepräge eines ursprünglich schaffenden Geistes. Allerdings ist, besonders in der späteren Zeit, nicht immer hinreichend darauf Rücksicht genommen, ob die nämlichen Gedanken nicht auch schon von anderen Forschern oder gar vom Schreiber selbst ausgesprochen waren. Bei den Arbeiten, die dem höheren Alter Hoppe's angehören, liegt es nahe, eine Entschuldigung für ein derartiges Verfahren in zunehmender Gedächtnisschwäche zu suchen; doch dürfte der tiefere Grund anderswo liegen. Nachdem er bis gegen sein vierzigstes Lebensjahr hin gearbeitet hatte, um einen festen Standpunkt in seinen wissenschaftlichen Anschauungen zu gewinnen, beschränkte er sich von dieser Zeit an im wesentlichen darauf, seine eigenen Forschungen anzustellen, und er berücksichtigte dabei kaum noch die grossen Entdeckungen, die in der zweiten Hälfte des Jahrhunderts von anderen Forschern gemacht wurden. Hauptsächlich durch das Studium der Arbeiten Jacobi's herangebildet, blieb er auf diesem Boden stehen, und sogar der ihm sehr wohl gesinnte Dirichlet machte ihm bezüglich einer seiner Arbeiten über Hydrodynamik

schon 1853 den Vorwurf, der Verfasser besitze keine vollständige Kenntnis von den zahlreichen in der letzten Zeit über die Integration der Laplace'schen Differentialgleichung unternommenen Arbeiten. Indem er sich so früh schon in seine Gedanken einspann, bewahrheitete er den vom alten Goethe zur Abwehr geschriebenen Ausspruch: „Eilt aber die Raupe sich einzuspinnen, Nicht kann sie mehr Blättern Geschmack abgewinnen.“ Als Einsiedler der Wissenschaft lebend, kümmerte er sich um die Vorgänge auf dem Gebiete seiner Hauptwissenschaft zuletzt so wenig, dass ihm die Namen mancher der berühmtesten zeitgenössischen Mathematiker ganz fremd blieben.

Die ersten Untersuchungen Hoppe's beziehen sich auf die Theorie der independenten Darstellung der höheren Differentialquotienten und sind unter diesem Titel in einem Buche 1845 von dem damals neunundzwanzigjährigen jungen Mathematiker veröffentlicht worden. Sowohl im Journal für die reine und angewandte Mathematik als auch in den Mathematischen Annalen hat er unter demselben Titel zur Ergänzung kleinere Aufsätze erscheinen lassen. Noch heute gilt jenes Buch als eine wertvolle und tüchtige Monographie über den Gegenstand. Mit dieser Veröffentlichung begann Hoppe also die Reihe seiner Arbeiten aus dem Gebiete der Infinitesimalrechnung sowie der Differentialgleichungen, von denen bei seiner Habilitation in Berlin schon einige gedruckt vorlagen. Auf Dirichlet hatten diese Erstlingsarbeiten von Hoppe einen günstigen Eindruck gemacht; er erkannte mehrere gute Gedanken in ihnen an, die zum Teil mit Geschick und nicht ohne Eleganz durchgeführt wären, und selbst in der oben erwähnten, minder gelungenen Arbeit über Hydrodynamik erblickte er die Hand eines in den Methoden der Analysis geübten Gelehrten.

Mit den Grundlagen der Differential- und der Integralrechnung beschäftigen sich mehrere Aufsätze der Jahre 1871 bis 1873. Als die beiden Fundamentalsätze bezeichnet er die Aussagen: „Unendlich klein ist eine Variable, wenn sie beliebig klein werden kann. Zwei Constanten, die von einer Variable unendlich wenig differiren, sind einander gleich.“ Hiermit hofft er, wie in einem Selbstreferate ausgesprochen wird, die Jahrhunderte lang schwebende Frage über die Möglichkeit einer exacten Bestimmung des Unendlichen zum Abschluss

gebracht zu haben. Eine zusammenfassende Darstellung des ersten Teiles der Infinitesimalrechnung lieferte er in dem „Lehrbuch der Differentialrechnung und der Reihentheorie“ (1865), das, wie alle Erzeugnisse der HOPPE'schen Muse, knapp geschrieben ist, sich daher zur Einführung für bequeme Anfänger nicht recht eignet und aus diesem Grunde nicht die Verbreitung gefunden hat, welche es verdient.

Von den übrigen, hierher gehörigen Abhandlungen wollen wir noch den instructiven Aufsatz nennen: „Erste Sätze von den bestimmten Integralen, unabhängig vom Differentialbegriff entwickelt“ (1877). Ferner sei aus denjenigen Artikeln, welche den Differentialgleichungen gewidmet sind, eine Notiz im Journal für Mathematik, Bd. 58 (1861), erwähnt betreffs einer gewissen partiellen Differentialgleichung, die von Hrn. FUCHS in demselben Bande mit Benutzung eines POISSON'schen Resultates behandelt war. HOPPE zeigte, dass die betreffende Abhandlung POISSON's gerade für den benutzten Fall einen Fehler enthielt, der deshalb in die FUCHS'sche Arbeit eingegangen war; nach einem Verfahren, das den Irrtum POISSON's vermied, entwickelte er dann die richtige Lösung.

Wenn wir uns mit der vorstehenden kurzen Besprechung einzelner Untersuchungen HOPPE's aus der Analysis begnügen müssen, so wollen wir doch hinzufügen, dass er gelegentlich auch Fragen aus der Algebra, der Zahlentheorie, der Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelte und sich mit speciellen Functionen, wie der Gammafunction und den elliptischen Transcendenten beschäftigte. An dieser Stelle müssen wir auch der separat erschienenen Tafel zur dreissigstelligen logarithmischen Rechnung vom Jahre 1876 gedenken.

Wenden wir uns nun zur Geometrie, zu demjenigen Gebiete, dem HOPPE in seinen Forschungen wohl den grössten Platz eingeräumt hat. Sowohl die analytische Geometrie im allgemeinen, als auch besonders derjenige Teil, den man jetzt als Differentialgeometrie bezeichnet, sind bevorzugte Gegenstände seiner Untersuchungen geblieben. Dagegen hat er sich für die moderne synthetische Geometrie offenbar nie begeistern können; dies ist um so auffälliger, als STEINER zu der Zeit, als HOPPE in Berlin studirte, eine grosse Anziehung auf die jungen Mathematiker in Berlin ausübte. Gerade diese Be-

einflussung der Denkweise dürfte der im eigenen Denken schon erstarkte junge HOPPE jedoch abgelehnt haben.

Aus der Fülle der in den HOPPE'schen bezüglichen Abhandlungen niedergelegten Gedanken können wir nur einige hervorheben. In den „Principien zur Flächentheorie", die ursprünglich im Archiv der Mathematik (1876) veröffentlicht wurden, später dem zweiten Teil des Lehrbuches der analytischen Geometrie (1880) bildeten, werden neben den drei Fundamentalgrössen erster Ordnung von GAUSS als Fundamentalgrössen zweiter Ordnung diejenigen drei Ausdrücke ganz allgemein angewandt, die zwar BRIOSCHI[1]) schon benutzt hatte, die aber HOPPE deshalb ganz allgemein einzuführen erklärt, weil die theoretisch wichtigen geometrischen Eigenschaften und Bedingungen im einfachsten Connex mit den Werten und Relationen jener sechs Grössen stehen. In dieser Beziehung hat sich einer der besten Kenner dieses Gebietes, Hr. KNOBLAUCH, in seiner Abhandlung über Fundamentalgrössen in der Flächentheorie und in seinem Buche „Einleitung in die allgemeine Theorie der krummen Flächen" diesem Gebrauche angeschlossen.

Eine Reihe von Arbeiten dieser Theorie ist ferner dem Problem des dreifach orthogonalen Flächensystems gewidmet, für dessen Lösung HOPPE einen Weg ausfindig machte, der in manchen Fällen zum Ziele führt. So konnte er nach seinem Verfahren die allgemeinste Lösung der Aufgabe durchführen[2]), orthogonale Flächensysteme zu finden, bei denen die eine Flächenschar aus Flächen zweiter Ordnung besteht; er traf in dem Resultate seiner Rechnung mit SCHLÄFLI zusammen, der zwei Jahre vorher dasselbe Thema in einer besonderen Arbeit behandelt hatte.[3])

In der Curventheorie wählte HOPPE zwei Variabeln, die der Curve selbst eigentümlich angehören und vom Coordinatensystem unabhängig sind, den Krümmungswinkel τ und den Torsionswinkel ϑ, d. h. diejenigen Winkel, deren Differentiale die Winkel zweier aufeinander folgenden Tangenten und

1) F. BRIOSCHI, Annali di Matematica (2) 1. p. 1. 1867.
2) R. HOPPE, Archiv der Math. 58. p. 37. 1875.
3) L. SCHLÄFLI, Journ. für Math. 76. p. 76. 1873.

Schmiegungsebenen sind. Die analytische Behandlung geometrischer Gebilde mit Hülfe derartiger Grössen bezeichnet man jetzt als „geometria intrinseca"; HOPPE nennt die Gleichung $f(\tau, \vartheta) = 0$ zwischen jenen beiden Winkeln die specifische Gleichung der Curve und zeigt, wie man aus ihr die Eigenschaften der Curve herleiten kann. Diese interessante Leistung ist ihm offenbar als die wichtigste seiner Entdeckungen vorgekommen; denn in den von ihm herrührenden Notizen für das Verzeichnis der Lehrer an den deutschen Hochschulen führt er als bemerkenswert einzig seine Auffindung neuer Principien der Curventheorie mit Anwendung des Krümmungs- und Torsionswinkels als unabhängiger Variabeln an.

Neben denjenigen Abhandlungen, die in das Gebiet der krummen Oberflächen und der Raumcurven fallen, wollen wir aus der grossen Zahl von Aufsätzen geometrischen Inhalts eine andere Gruppe hervorheben, die der mehrdimensionalen oder, wie HOPPE besser deutsch sagt, der mehrdehnigen Geometrie angehört. Die betreffenden Speculationen sagten seinen philosophisch-mathematischen Neigungen besonders zu. Unser geläufiges Raumsystem von drei Dehnungen bezeichnet er als ein instinctiv geschaffenes, zur objectiven Gestaltung der Sinnesempfindungen gerade ausreichendes und notwendiges Werk unseres Verstandes, welches durch Uebung in fertige Anschauung überging. Nur weil der zwingende Anlass zur Einführung von mehr Dimensionen fehlte, empfinden wir wegen Mangels an Uebung Schwierigkeit im Vorstellen derselben. Ein ursprünglich begrifflicher Unterschied der verschiedenen Raumsysteme existirt für ihn nicht, wie denn auch die Formeln der analytischen Geometrie oft durch einfache Vermehrung der Coordinatenzahl auf die Geometrie eines Raumes von mehr als drei Dimensionen hinleiten. Der Nutzen solcher mehrdimensionalen Untersuchungen besteht nach seiner Ansicht darin, dass durch dieselben die Erkenntnis des gesetzmässigen Fortschrittes von zwei zu drei Dimensionen gefördert wird. Unter den ersten Arbeiten dieser Richtung stossen wir auf die „Gleichung der Curve eines Bandes mit unauflösbarem Knoten nebst Auflösung in vierter Dimension" (1879). Dieser Titel weckt die Erinnerung an jene Epoche, in der ZÖLLNER als

Ritter für den Taschenspieler SLADE auftrat, dessen Auflösung eines Knotens in einem in sich geschlossenen Faden als experimenteller Beweis für die reale Existenz der vierten Dimension gelten sollte. Als Frucht der in den Nachsitzungen der Physikalischen Gesellschaft gegebenen Vorführungen ähnlicher Kunststücke ist die Anregung anzusehen, welche HOPPE zur Abfassung jener Abhandlung dabei erhielt.

Wir wollen die der Geometrie zuzurechnenden Artikel nicht verlassen, ohne auf die zahlreichen Notizen hinzuweisen, in denen der gelehrte Redacteur des Archivs durch Behandlung von zum Teil pädagogischen Fragen aus der elementaren Mathematik der durch den Titel seiner Zeitschrift vorgeschriebenen Richtung Rechnung trug, die Bedürfnisse der Lehrer an höheren Unterrichtsanstalten zu berücksichtigen. Endlich sollen auch diejenigen Arbeiten nicht vergessen werden, in denen der geschickte Analyst die Ergebnisse der höheren Rechnungsarten und der Functionentheorie, unter anderem der Theorie der elliptischen Transcendenten, auf Probleme der Geometrie anwendet.

In der analytischen Mechanik, zu der wir jetzt übergehen, hängen viele Betrachtungen so eng mit der Theorie der krummen Oberflächen und der Raumcurven zusammen, dass die Beschäftigung mit den letzteren von selbst auf die verwandten Untersuchungen in der Mechanik führt. Deshalb wechseln auch bei HOPPE mit den geometrischen Abhandlungen die mechanischen während der ganzen Periode seines Schaffens ab. Doch ist ein Unterschied bemerkbar. Während HOPPE in der Geometrie neben einer überraschenden Zahl von einzelnen speciellen Fragen in seinen grösseren Arbeiten gewisse principielle Ueberlegungen von allgemeinerer Bedeutung vertieft und dadurch zur Aufstellung neuer Methoden fortschreitet, bleibt er in der Mechanik bei der Behandlung einer Reihe einzelner Aufgaben aus den verschiedensten Teilen dieser Wissenschaft stehen. Die Kinematik, die Statik und die Dynamik des einzelnen Massenpunktes oder des starren Körpers, die Hydrostatik und die Hydrodynamik liefern ihm Anlass, entweder neue Aufgaben mannigfacher Art zu lösen, oder die Lösungen alter bekannter Probleme auf seine Weise durchzuarbeiten und zu vereinfachen. Wir erwähnen von der

letzteren Gattung die Drehung eines starren Körpers um seinen Schwerpunkt, den freien Fall eines Massenpunktes mit Rücksicht auf die Drehung der Erde, den FOUCAULT'schen Pendelversuch. Zu der ersteren gehören aus der ersten Periode seiner Arbeiten der Ausdruck des Trägheitsmomentes eines körperlichen Polyeders für eine beliebige Axe und das körperliche Raumpendel bei constanter Rotation nebst Anwendung auf die Stabilität des Kreisels (1855); die Stabilität schwimmender Körper (1846) und der Widerstand der Flüssigkeiten gegen die Bewegung fester Körper (1854). Die Abhandlungen über das Dreikörperproblem und die Ausdehnung der KEPLER'schen Gesetze, über das Wälzen von Cylindern auf Horizontalebenen, über die Schwingungen des Bifilarpendels und verschiedene andere hierher gehörige Arbeiten erschienen zur Zeit der lebhaftesten Production, als HOPPE eben das sechzigste Lebensjahr überschritten hatte. Ueberall zeigt er sich als gewandter Beherrscher der Rechnung, der die Bedingungen der Aufgabe rasch in Gleichungen umzusetzen und aus diesen letzteren fassbare Ergebnisse zu folgern versteht. Viele elegante Wendungen der Rechnung und hübsche Schlussweisen sind in diesen Untersuchungen enthalten, die wegen der allzu knappen Reduction wohl wenig gelesen sind.

Der mathematischen Physik gehört endlich eine Gruppe von Arbeiten HOPPE's an, die zwar nicht zahlreich sind, aber zu den bedeutenderen unter seinen Veröffentlichungen gezählt werden müssen. Mehrere Abhandlungen beziehen sich auf die Elasticitätstheorie: die Biegung prismatischer Stäbe (1847), die Vibrationen einer Saite mit Rücksicht auf den Biegungswiderstand (1870), die Deformation einer zwischen zwei parallelen Ebenen zusammengedrückten Kugel (1871), die Biegung eines Ringes durch gleichmässigen Druck von aussen (1864), die Vibrationen eines Ringes in seiner Ebene (1871). In dieser letzten interessanten Arbeit bestätigte HOPPE den damals noch nicht allgemein bewiesenen Satz von DE SAINT-VENANT, dass die lebendige Kraft eines Systems gleichzeitiger Vibrationen eines Körpers die Summe der lebendigen Kräfte aller einzelnen einfach periodischen Vibrationen ist. Auch in die Molecularphysik, die Optik und die Wärmelehre machte HOPPE zuweilen einen Ausflug; gelegentlich eines Aufsatzes

zur Wärmetheorie (1857) geriet er in einen wissenschaftlichen Streit mit CLAUSIUS, der in POGGENDORFF's Annalen ausgekämpft wurde.

Nächst den mathematischen Forschungen HOPPE's, die wir jetzt verlassen, haben wir seinen philosophischen Arbeiten einige Aufmerksamkeit zu schenken. Er selbst betrachtete die Mathematik und die Philosophie als so eng zu einander gehörig, dass er den Ausschluss der letzteren aus seiner Lehrbefugnis während der ersten 18 Jahre seiner Privatdocentenzeit als eine Beschränkung des Lehrens in der ersteren empfand. Als unabhängiger Denker baute er sich seine Weltanschauung nicht mit Hülfe des Studiums der Geschichte der Philosophie auf, sondern durch eigene Prüfung und Erörterung der Grundfragen. Seine erste Schrift: „Zulänglichkeit des Empirismus in der Philosophie“ (1852) und seine letzte, die man wohl als sein philosophisches Testament bezeichnen kann: „Die Elementarfragen der Philosophie nach Widerlegung eingewurzelter Vorurteile“ (1897), stimmen in den Grundanschauungen überein. Als Anhänger eines ideal gewendeten Empirismus erklärte er schon 1852 alle Mathematik als rein empirisch; dieser Ausspruch erregte damals Anstoss, dürfte heute jedoch des Beifalles vieler sicher sein. Seine Anknüpfungspunkte suchte er bei BACON, LOCKE, BERKELEY, HUME; die Zielpunkte seiner Kritik waren KANT, FICHTE, HEGEL, überhaupt die speculative Philosophie. Diese will er beseitigen, jene ergänzen. Sein eigenartiges Bestreben ist die Auflösung der Metaphysik in ein Stück Psychologie. Zu dem Ende sucht er sechs metaphysische Grundideen genetisch abzuleiten: die Idee der reellen Substanz, der Causalverbindung, des Raumes, der Zeit, des menschlichen Körpers und des gemeinschaftlichen Weltbesitzes. In ähnlicher Weise erörtert seine letzte philosophische Schrift von 1897 Grundbegriffe wie Thatsache, Erkennen und Handeln, Wirklichkeit und Objectivität, Substanz und Stoff, Identität, Raum und Zeit, Sein und Wahrnehmung, Ursache, Hypothese und Anticipation, Ich und Person, Leib und Geist, Willensfreiheit und Sprache. Das Ziel der Erkenntnis besteht darin, Thatsachen, d. h. dasjenige, was ein Mensch unabhängig von seinem Thun und Denken erlebt, dem menschlichen Geiste zu unterwerfen. TRENDELEN-

burg urteilte über das erste Büchlein, es habe ungeachtet der von ihm gerügten Mängel seine guten Seiten; es gehe seinen Weg, sei dem Verfasser ganz eigen, sei einfach geschrieben, kurz und ohne philosophische Phrase und habe in der Kritik der speculativen Philosophie vielfach Recht.

Ungefähr ebenso äusserte sich Harms (1870) in einer Beurteilung der Abhandlung „Ueber die Bedeutung der psychologischen Begriffsanalyse". Interessant ist es hierbei, von befugter Seite zu vernehmen, dass Hoppe's Auffassung des Verhältnisses von Glauben zu Wissen mit Schleiermacher's Ansicht übereinstimme; da Hoppe aber seine Auffassung für neu halte, so scheine er nicht mit der Ansicht Schleiermacher's bekannt geworden zu sein, und es sei wohl möglich, dass er durch eigenes Nachdenken zu seiner Auffassung gelangt sei. Auch Harms betont die Selbständigkeit des Denkens bei Hoppe, und bezeichnet manche richtigen Gesichtspunkte, die, obschon nicht neu, es wohl verdienten, hervorgehoben zu werden.

In der Abhandlung „Ueberweg's Kritik der Berkeley'schen Lehre" (1869), vertritt Hoppe gegen Ueberweg den Subjectivismus Berkeley's, der die für die vulgäre Auffassung als reell geltenden Dinge in Vorstellungen (Ideen), in Phänomena des menschlichen Geistes verwandelt, und greift in scharfsinniger Weise mit ruhiger und sachlicher Polemik Ueberweg's eigene Lehre an. Der Phänomenalismus Hoppe's hat, wie Trendelenburg sagte, nicht die Wissenschaften in Mitleidenschaft gezogen, weil die Thatsachen seine Basis sind. Von diesen Thatsachen unterscheide er, was daran erst Arbeit des Geistes sei, wie z. B. die Objectivität, die durch Verallgemeinerung entsteht, den unendlichen Raum im Gegensatz des thatsächlichen. Seine Lehre habe ethisch keine ungesunden Consequenzen und erkläre sich, obschon undeutlich, gegen den Pessimismus, der in der neuesten Zeit die Stimmung der Jugend vergälle. Wenn ihm seine philosophischen Vorlesungen gelängen, so würde er unter den Studirenden eine andere Art der Betrachtung anregen als die übrigen Lehrer der Philosophie an der Berliner Universität, einer solchen ähnlich, die in England zur Zeit Anhänger besitze.

Wie in der Mathematik, ging also auch in der Philosophie Hoppe den Weg, den er sich selbst gebahnt hatte, unbekümmert

darum, ob andere schon eine ähnliche Richtung eingeschlagen hätten, und ob er als einsamer Wanderer Genossen fände, die ihm beistimmten. Einer der tüchtigsten Kenner der KANT'schen Philosophie, Hr. MICHAELIS, erklärt in seiner Besprechung der letzten HOPPE'schen philosophischen Arbeit diese Schrift für ein erkenntnistheoretisches Werk von bedeutender Tragweite.

Die philosophischen Studien führten HOPPE naturgemäss auch zum Nachdenken über den Bau der Sprache, wie ein Aufsatz „Ueber das Problem einer künstlichen Sprache" (1859) bezeugt. Bekannt ist sein Interesse für das Studium der deutschen Sprache; als stehender Gast verkehrte er in dem Hause des Germanisten MÜLLENHOFF, und ebenso war er ein häufiger Besucher des germanistischen Vereins der Studirenden an der Berliner Universität. Die Vereinfachung der deutschen Orthographie befürwortete und förderte er mit allen Kräften.

Bei der Vorführung der literarischen Thätigkeit HOPPE's können wir nicht an den Recensionen vorübergehen, die er in den literarischen Berichten seines Archivs 28 Jahre lang veröffentlicht hat, weil sie einerseits wohl die am meisten gelesenen Erzeugnisse seiner Feder sind, andererseits einen Ausfluss seines Denkens darstellen, aus dem seine abgeschlossene Natur leichter und besser erkannt werden kann, als aus seinen sonstigen Schriften. Obenan steht ihm das Urteil über die Principien einer Schrift, und wehe dem Autor, der sich in der Fassung derselben eine Blösse giebt! Mit scharfem Messer macht der Kritiker einen Schnitt in das ungesunde Fleisch und begründet mit dem Endergebnis einer erbarmungslosen Section sein Verdammungsurteil. Als ein Beispiel möge die Anzeige der neunten Auflage von STURM's Cours d'analyse dienen. Von diesem weit verbreiteten und auch in Deutschland ungemein beliebten Lehrbuch hatte er offenbar noch nichts gehört, als er es zur Beurteilung erhielt. Mit ernstem Gesicht berichtet er zuerst über die dem Werke vorausgeschickte Lebensbeschreibung STURM's, als ob er zum ersten Male von diesem Mathematiker gehört hätte. Dann aber wird aus der vorbereitenden Theorie der Grenzwerte ein Satz herausgegriffen, der eine Unklarheit enthält. Der Satz wird von allen Seiten beleuchtet, und die sich an ihn knüpfende STURM'sche Er-

örterung über den Begriff der unendlich kleinen Grössen wird als rätselhaft und dunkel verworfen. Mithin folgt das Schlussurteil: „Das Angeführte zeigt zur Genüge, dass das Buch den Anfängern der Analysis nicht zu empfehlen ist.“ Den eigentlichen Inhalt des Werkes näher zu prüfen, hielt er offenbar nach Entdeckung logischer Unklarheiten in den Principien nicht für nötig; er fragte auch gar nicht danach, warum denn das Werk, das erst nach dem Tode STURM's erschienen war, zum neunten Male aufgelegt worden war.

Es liegt mir natürlich fern, dieses einseitige Vorgehen, das ihn mehr als einmal zu grossen Ungerechtigkeiten und Fehlgriffen verführte, gutheissen zu wollen. Weil er aber bei diesen Recensionen durch das Streben nach äusserster Klarheit geleitet, in der schroffen Starrheit seiner Natur sich manche Feinde gemacht hat, so konnte ich diesen Fehler hier nicht verschweigen, wollte mich aber bemühen, ihn aus der philosophischen Anlage seines Geistes zu erklären, und wenn das Wort „tout comprendre, c'est tout pardonner“ zugegeben wird, so werden wir diese Schwäche, die aus einem gewissen furor philosophicus eines in wissenschaftlichen Dingen starren und unnachgiebigen Sinnes hervorging, dem stets nach Wahrheit suchenden toten Freunde vergeben, vergessen, verzeihen.

Als Leiter des Archivs war HOPPE unermüdlich thätig; er selbst steuerte in jedem Bande eine grössere Anzahl von Originalartikeln bei. Man darf wohl sagen, dass er durch die Redaction angeregt worden ist, vieles zu schreiben, was er sonst unbearbeitet hätte ruhen lassen, dass überhaupt die Schriftleitung des Archivs seinem Alter das zusagende Lebenselement geworden ist. Je länger er aber diese Thätigkeit ausübte, um so mehr trat bei ihm der schon berührte Mangel an Fähigkeit hervor, in fremde Gedanken verständnisvoll einzudringen. Dadurch gelang es besonders im letzten Jahrzehnt manchen gerngrossen und schreibseligen Autoren von kleinem Wissen und geringem Können, die minderwertigen oder auch widersinnigen Producte ihrer Feder dem allzu vertrauensvollen Leiter des Archivs aufzureden. Wer wollte darüber aber mit einem achtzigjährigen Greise hadern?

Beim Rückblick auf die gesamte literarische Wirksamkeit HOPPE's erhalten wir das Bild eines Mannes, der von seiner

Jugend an, ohne nach äusserem Erfolg zu schielen, in ernstem Forschen stets die Wahrheit gesucht und darin einen echt wissenschaftlichen Geist bekundet hat. In harter Gedankenarbeit ringt er sich zu derjenigen Erkenntnis durch, die er als die einzige, dem Menschen mögliche Stufe des Wissens ansieht. Das Suchen und Forschen nimmt ihn so gefangen, dass er darüber die Ansprüche des praktischen Lebens vernachlässigt. Nicht ohne Starrheit im Eigenen, geht er schwer in fremde Gedanken ein, so beurteilte ihn TRENDELENBURG nach seiner ersten philosophischen Schrift und traf damit sein innerstes Wesen. Einem Diogenes verglich ihn der Prediger WITTE in der geistvollen und künstlerisch abgerundeten Rede bei der Trauerfeier auf dem Friedhofe. Wie er lehrte, dass der Mensch eine Seele sei, die einen Leib habe, so erzog er sich in der harten und bitteren Schule des Lebens zu einer staunenswerten Bedürfnislosigkeit, die sich zu einer Missachtung der äusseren Erscheinungsform steigerte. In seine Gedankenwelt versunken, schritt er wie ein Fremdling dieser Welt durch das Leben und erweckte wohl den Anschein eines Träumers, der an der Umgebung wenig teilnähme. Schüchtern und linkisch erschien zuerst sein Auftreten. Dennoch war er in der Unterhaltung mit seinen Gedanken bei der Sache, und wer in seiner Gegenwart einen ihm nicht zusagenden Ausspruch that, konnte sicher sein, von ihm ebenso schneidig zurechtgewiesen zu werden, wie der unachtsame Verfasser eines Buches wegen des Niederschreibens eines nicht stichhaltigen Satzes. Aber auch seine Zustimmung zu Ansichten, die er teilte, konnte er bei solchen Gelegenheiten freudig und rückhaltlos kundgeben.

Wer HOPPE aus seinen Schriften kennen gelernt hatte und später seine persönliche Bekanntschaft machte, war immer zuerst enttäuscht. Der sichere Schriftsteller von klarem Geiste, der mit aller Entschiedenheit und Furchtlosigkeit das scharfe Schwert strenger Logik handhabte und in knapper, schlichter Rede alle Dunkelheiten beseitigte, erschien wie ein Hülfsbedürftiger in der menschlichen Gesellschaft, der erst ermutigt werden müsste, seine Zurückhaltung aufzugeben und seine Meinung zu äussern.

Aus dem klaffenden Risse zwischen seiner geistigen Be-

deutung und der leiblichen Persönlichkeit erklärt sich bei ihm der Mangel an Erfolg in seinem Lebenslaufe. Obschon seine Entdeckungen nicht derartig sind, dass sie ihm neben den ersten führenden Geistern seiner Fächer einen Platz sicherten, hätten sie wohl hingereicht, ihm den Anspruch auf eine Professur an einer Hochschule zu verleihen, die andere Gelehrte mit geringeren Leistungen erhielten. Seiner Persönlichkeit blieb aber wie auf dem Gymnasium, so an der Universität ein fruchtbarer Erfolg der Lehrthätigkeit versagt. Bei seiner Geburt hatte die gütige Fee gefehlt, die ihm zu den Gaben des Geistes Anmut und Beredsamkeit hätte in die Wiege legen müssen, und da somit die Grazien leider ausblieben, so musste er unter dem Scepter der grimmen *Ἀνάγκη* bis an sein Ende in bescheidener Stellung ausharren. Ich selbst habe im Sommer 1862 bei ihm das Colleg über elliptische Functionen gehört, das einen Bestandteil der regelmässigen Folge seiner Vorlesungen: Differentialrechnung und Reihentheorie, analytische Geometrie, Integralrechnung, elliptische Functionen, analytische Mechanik bildete. Wie verlegen, schob er sich durch die nur halb geöffnete Thüre; ohne einen Blick auf die Hörerschaft zu werfen, bestieg er das Katheder, entnahm der Rocktasche das sehr sorgfältig ausgearbeitete Manuscript, wandte den Hörern den Rücken zu, um, aus den damals schon vergilbt aussehenden Bogen lesend, die Formeln an der Wandtafel niederzuschreiben. Der freien Rede gar nicht mächtig, konnte er in der Eintönigkeit des so gesprochenen Vortrages die Studenten nicht fesseln. Von den zuerst anwesenden Zuhörern — es mochten wohl mehr als ein Dutzend sein — verliefen sich in den ersten vierzehn Tagen die meisten, und bald blieb ich mit nur noch einem Hörer zurück, dem Hrn. Krech; wir beide aber harrten aus, und ich muss bekennen, dass der Inhalt der nach Jacobi's Muster gehaltenen und von mir ausgearbeiteten Vorlesung durchaus gediegen war. Die Vorlesungshefte der sämtlichen Collegien wird er damals mit gleicher Sorgfalt ausgearbeitet haben; denn alle übernommenen Pflichten fasste er sehr ernst auf und folgte somit im sittlichen Handeln dem kategorischen Imperativus von Kant, den er als Philosophen sonst heftig befehdete. In der Ablieferung versprochener Arbeiten war er unbedingt zuverlässig; das werden

alle Redacteure der Fortschritte der Physik erfahren haben, gerade wie ich als Herausgeber des Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik, an welchem er seit der Gründung desselben Mitarbeiter gewesen ist. Da er immer einer der ersten war, der seine Referate übergab, so konnten seine letzten Beiträge zu dem gegenwärtig im Drucke befindlichen Bande noch nach seinem bereits erfolgten Abscheiden den betreffenden Kapiteln einverleibt werden. Gefällig wie er war, erwies er sich überhaupt stets zu Dienstleistungen bereit.

Bewundernswert ist die Gelassenheit, mit der sich Hoppe in der Lebenslage zurecht fand, die er nach freier Wahl zu tragen hatte. Mit wahrhaft philosophischer Ruhe hat er bis in das reife Mannesalter hinein alle Nöte des Lebens auf sich genommen; in seinem Mannesstolze wollte er sein Leben ebenso selbständig und unabhängig führen, wie er in der Wissenschaft in voller Freiheit sein Denken geregelt hatte. Unter seinen Brüdern galt er in leiblicher Beziehung als der am schwächsten Beanlagte. Trotz aller Entbehrungen, denen er sich unterwarf, hat er diese Brüder alle überlebt und das Wort bewahrheitet, das seiner Philosophie entlehnt sein könnte: „Es ist der Geist, der sich den Körper baut.“ Als er später durch die Uebernahme der Redaction des Archivs und durch die einsichtige Fürsorge der philosophischen Facultät besser gestellt wurde, nahm er am Leben der Gesellschaft einen stärkeren Anteil. Er freute sich, bei den Naturforscherversammlungen erscheinen zu könnnn, und übernahm einige Male Vorträge bei denselben, deren Inhalt stets philosophisch gefärbt war. Besonders gern suchte er das Gebirge auf, wo es ihm, wie er sagte, grosses Vergnügen machte, nach mühevollem Steigen auf den harten Schädel eines solchen stolzen Bergriesen mit seinen Füssen zu treten. Anspruchslos, wie er war, gab er auf solchen Reisen einen verträglichen Wandergenossen ab. Im übrigen kann man nicht sagen, dass er bei seinem einsiedlerischen Leben als unverheirateter Mann enge Freundschaft mit jemandem geschlossen hätte. Und doch verband ihn eine treue Anhänglichkeit mit den Kreisen, in denen er verkehrte. Die Nachsitzungen der Physikalischen Gesellschaft besuchte er regelmässig bis in den Anfang dieses Jahres hinein, ebenso die zwanglosen Zusammenkünfte, die im Anschlusse

an das Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik allmonatlich stattfinden. So sicher erschien er dort, dass sein Ausbleiben im Frühjahr als das erste Symptom seiner beginnenden Auflösung betrachtet wurde. In gleicher Weise trat er geräuschlos bei seinen Verwandten ein, wo er sich an der Musik ergötzte, und bei befreundeten Familien, in denen er manchen Abend zubrachte. Aeusserlich konnte es den Anschein haben, als ob nur eine liebe Gewohnheit den stillen Greis an die Kreise bände, in denen er seit alter Zeit verkehrte; denn oft genug entfernte er sich, ohne kaum ein Wort gesprochen zu haben. Wer vermöchte jedoch in die Geheimnisse eines so gedankenreichen Geistes zu schauen? Die Anhänglichkeit an seine Verwandten wird durch das Testament bezeugt, in welchem er eine Familienstiftung errichtet hat; aus ihr sollen vorläufig für directe Nachkommen seiner Eltern alljährlich zwei Schüler- und zwei Studienstipendien gezahlt werden. Indem er dabei bestimmt hat, dass das weibliche Geschlecht ebenso wohl zu berücksichtigen ist wie das männliche, hat er, der im Cölibat Verharrende, einen augenscheinlichen Beitrag zu seinen Ansichten über die Frauenfrage geliefert.

In häufigerem Verkehr mit Hoppe übersah man bald die Aeusserlichkeiten, an denen man beim ersten Anblick Anstoss nehmen konnte. Aus der anfänglichen Duldung erwuchs Achtung, ja Verehrung auf Grund seiner charaktervollen Natur. Es blieb der Eindruck seines Denkerhauptes, das Bewusstsein des Anschauens einer abgeschlossenen Persönlichkeit von ausschliesslich wissenschaftlichem Streben, die im Denken und im Handeln furchtlos alle Consequenzen zog und trug. Die allgemeine Achtung, in der er stand, zeigte sich bei der Feier, die veranstaltet wurde, als er sein achtzigstes Lebensjahr vollendete, und zu der sich die Mathematiker der Hochschulen Berlins, viele Mitglieder der Physikalischen Gesellschaft und zahlreiche Freunde des nun Verstorbenen vereinigten. Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung ehrte ihn durch einen herzlichen Glückwunsch; vom Staate wurde er durch Verleihung des Kronenordens dritter Klasse ausgezeichnet, da ihm schon früher der rote Adlerorden vierter Klasse verliehen worden war. Der mathematische Verein der Universität Berlin veranstaltete ihm zu Ehren einen Festcommers.

Was an ihm sterblich war, ist nun dahin; geblieben ist die Erinnerung an einen ehrlichen Mann, der durch sein Leben den Ausspruch widerlegt hat, die Originale seien ausgestorben. Für ihn tönt der Gesang der Engel: „Wer immer strebend sich bemüht, den können wir erlösen.“ Wir haben ihn geschaut als einen iustum et tenacem propositi virum, der trotz des Mangels äusserer Anerkennung der Fahne der Wissenschaft treu geblieben ist, und der in der inneren Klarheit das höchste Glück eines befriedigten Daseins gefunden hat. In dieser Verklärung wird sein Andenken bei allen weiterleben, die mit ihm in Berührung gekommen sind, und somit für immer gesegnet sein.

Ueber eine Verbesserung der Wien'schen Spectralgleichung; von M. Planck.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 19. October 1900.)

(Vgl. oben S. 181.)

Die von Hrn. Kurlbaum in der heutigen Sitzung mitgeteilten interessanten Resultate der von ihm in Gemeinschaft mit Hrn. Rubens auf dem Gebiete der längsten Spectralwellen ausgeführten Energiemessungen haben die zuerst von den Herren Lummer und Pringsheim auf Grund ihrer Beobachtungen aufgestellte Behauptung nachdrücklich bestätigt, dass das Wien'sche Energieverteilungsgesetz nicht die allgemeine Bedeutung besitzt, welche ihm bisher von mancher Seite zugeschrieben worden war, sondern dass dies Gesetz vielmehr höchstens den Charakter eines Grenzgesetzes hat, dessen überaus einfache Form nur einer Beschränkung auf kurze Wellenlängen bez. tiefe Temperaturen ihren Ursprung verdankt.[1] Da ich selber die Ansicht von der Notwendigkeit des Wien'schen Gesetzes auch an dieser Stelle vertreten habe, so sei es mir gestattet, hier kurz darzulegen, wie sich die von mir entwickelte elektromagnetische Theorie der Strahlung zu den Beobachtungsthatsachen stellt.

Nach dieser Theorie ist das Energieverteilungsgesetz bestimmt, sobald die Entropie S eines auf Bestrahlung ansprechenden linearen Resonators als Function seiner Schwingungsenergie U bekannt ist. Ich habe indes schon in meiner letzten Arbeit über diesen Gegenstand hervorgehoben[2]), dass der Satz der Entropievermehrung an und für sich noch nicht hinreicht, um diese Function vollständig anzugeben; zur Ansicht von der Allgemeinheit des Wien'schen Gesetzes wurde ich vielmehr durch eine besondere Betrachtung geführt, nämlich durch die Berechnung einer unendlich kleinen Entropievermehrung eines in einem stationären Strahlungsfelde befind-

---

1) Auch Hr. Paschen hat, wie er mir brieflich mitteilte, neuerdings merkliche Abweichungen vom Wien'schen Gesetz festgestellt.

2) M. Planck, Ann. d. Phys. 1. p. 730. 1900.

lichen Systems von n gleichen Resonatoren auf zwei verschiedene Weisen, wodurch sich die Gleichung[1]) ergab:

$$dU_n \,.\, \varDelta U_n \,.\, f(U_n) = n\, dU \,.\, \varDelta U \,.\, f(U),$$

wobei

$$U_n = n\, U \quad \text{und} \quad f(U) = -\tfrac{3}{5}\frac{d^2 S}{dU^2},$$

aus welcher dann das WIEN'sche Gesetz in der Form hervorgeht:

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{\text{const.}}{U}.$$

In jener Functionalgleichung stellt der Ausdruck auf der rechten Seite sicher die genannte Entropieänderung dar, weil sich n ganz gleiche Vorgänge unabhängig voneinander abspielen, deren Entropieänderungen sich daher einfach addiren müssen. Dagegen würde ich es wohl für möglich, wenn auch immer noch für nicht leicht begreiflich und jedenfalls schwer beweisbar ansehen, dass der Ausdruck links nicht allgemein die ihm früher von mir zugeschriebene Bedeutung besitzt, mit anderen Worten: dass die Werte von U_n, dU_n und $\varDelta U_n$ gar nicht hinreichen, um die fragliche Entropieänderung zu bestimmen, sondern dass dazu auch U selber bekannt sein muss. Im Verfolg dieses Gedankens bin ich schliesslich dahin gekommen, ganz willkürlich Ausdrücke für die Entropie zu construiren, welche, obwohl complicirter als der WIEN'sche Ausdruck, doch allen Anforderungen der thermodynamischen und elektromagnetischen Theorie ebenso vollkommen Genüge zu leisten scheinen wie dieser.

Unter den so aufgestellten Ausdrücken ist mir nun einer besonders aufgefallen, der dem WIEN'schen an Einfachheit am nächsten kommt, und der, da letzterer nicht hinreicht, um alle Beobachtungen darzustellen, wohl verdienen würde, daraufhin näher geprüft zu werden. Derselbe ergiebt sich, wenn man setzt[2]):

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{\alpha}{U(\beta + U)}.$$

---

1) l. c. p. 732.

2) Ich gehe aus von dem zweiten Differentialquotienten von S nach U, weil diese Grösse eine einfache physikalische Bedeutung besitzt. (l. c. p. 731.)

Er ist bei weitem der einfachste unter allen Ausdrücken, welche S als logarithmische Function von U liefern (was anzunehmen die Wahrscheinlichkeitsrechnung nahe legt) und welche ausserdem für kleine Werte von U in den obigen Wien'schen Ausdruck übergehen. Mit Benutzung der Beziehung

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$$

und des Wien'schen „Verschiebungs"gesetzes[1]) erhält man hieraus die zweiconstantige Strahlungsformel:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1},$$

welche, soweit ich augenblicklich sehen kann, den Gang der seither publicirten Beobachtungszahlen ebenso befriedigend wiedergiebt, wie die besten bisher aufgestellten Spectralgleichungen, nämlich die von Thiesen[2]), die von Lummer-Jahnke[3]) und die von Lummer-Pringsheim.[4]) (Wird an einigen Zahlen erläutert.) Ich möchte mir daher erlauben, Ihre Aufmerksamkeit auf diese neue Formel zu lenken, die ich vom Standpunkt der elektromagnetischen Strahlungstheorie aus nächst der Wien'schen für die einfachste halte.

---

1) Der Ausdruck des Wien'schen Verschiebungsgesetzes ist einfach:

$$S = f\left(\frac{U}{\nu}\right),$$

wo ν die Schwingungszahl des Resonators bedeutet. Ich werde dies bei einer anderen Gelegenheit darlegen.

2) M. Thiesen, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. **2.** p. 67. 1900. Dort findet sich auch bemerkt, dass Hr. Thiesen seine Formel schon aufgestellt hatte, ehe die Herren Lummer u. Pringsheim ihre Messungen auf grössere Wellenlängen ausdehnten, was ich hier hervorhebe weil ich vor dem Erscheinen der citirten Publication eine etwas andere Darstellung gegeben hatte (M. Planck, Ann. d. Phys. **1.** p. 719. 1900).

3) O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. **3.** p. 288. 1900.

4) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. **2.** p. 174. 1900.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2 Nr. 14.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 2. November 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **J. West** spricht in einem von Experimenten begleiteten Vortrage

über den Telephonographen von Poulsen.

Hr. **M. Planck** macht dann eine Mittheilung über

einen vermeintlichen Widerspruch des magneto-optischen Faradayeffectes mit der Thermodynamik.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Prof. Dr. O. Lehmann in Karlsruhe,

Hr. Dr. E. Tereschin in St. Petersburg.

Nach § 32 der Statuten ist Hr. Dr. L. Silberstein in Warschau aus der Gesellschaft ausgeschieden.

Ein vermeintlicher Widerspruch des magneto-optischen Faradayeffectes mit der Thermodynamik; von Max Planck.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 2. November 1900.)

(Vgl. oben S. 205.)

In seiner wichtigen Abhandlung über „Temperatur und Entropie der Strahlung" hat Hr. W. Wien, im Anschluss an eine von Helmholtz[1]) bei der Besprechung seines optischen Reciprocitätsgesetzes gemachte Bemerkung, eine einfache Vorrichtung beschrieben[2]), deren Effect nach allem, was bekannt ist, darauf hinauslaufen würde, dass zwei einander gerade gegenüber befindliche schwarze Körper von gleicher Temperatur sich verschiedene Wärmemengen zustrahlen, ohne dass gleichzeitig irgend ein anderweitiger als Compensation aufzufassender Vorgang, wie z. B. Absorption strahlender Wärme, stattfindet. Diese Vorrichtung besteht wesentlich in Folgendem. Vor jeden der beiden einander bestrahlenden Körper ist ein „Nicol'sches" Prisma gesetzt, welches von der aus dem Körper emittirten, parallel gemachten Strahlung die eine Hälfte hindurchlässt, die andere Hälfte aber auf den Körper zurückwirft. Die durchgelassene Strahlung fällt auf das andere Prisma und wird dort, je nach der Orientirung seiner Polarisationsebene zum Hauptschnitt des Prismas, teils reflectirt, teils zum andern Körper hin durchgelassen. Wenn nun in dem zwischen beiden Prismen befindlichen diathermanen Medium eine magnetische Drehung der Polarisationsebene stattfindet, so kann man es leicht einrichten, dass das eine Prisma von der durch das Medium kommenden Strahlung einen grösseren Bruchteil hindurchlässt als das andere. Nehmen wir z. B. an, der Hauptschnitt des 2. Prismas sei gegen den des ersten um 45° gedreht, in einem ein für allemal fixirten Sinn, und die magnetische Kraft bewirke eine Drehung der Polarisationsebene ebenfalls um 45° in demselben Sinn, dann wird die ganze

---

1) H. v. Helmholtz, Wissensch. Abh. 2. p. 136. 1883.
2) W. Wien, Wied. Ann. 52. p. 143. 1894.

Strahlung, die vom 1. Körper her durch das 1. Prisma gegangen ist, auch durch das 2. Prisma hindurchgehen. Dagegen wird die vom 2. Körper durch das 2. Prisma gesandte Strahlung, deren Polarisationsebene gegenüber dem Hauptschnitt des 1. Prismas das Azimut 45° besitzt, beim 1. Prisma mit dem Azimut 90° ankommen, weil der Sinn der magnetischen Drehung unabhängig ist von der Fortpflanzungsrichtung der Strahlung, und infolge dessen dort total reflectirt werden. Hieraus folgert nun Hr. W. Wien, dass der 1. Körper dem 2. Körper mehr Wärme zustrahlt, als der zweite dem ersten, was dem zweiten Hauptsatz widerspricht; er berechnet weiter die Grösse des entsprechenden negativen „Verwandlungswertes“ und sucht die Compensation desselben in einer bisher unbekannten Wirkung, nämlich entweder in einer besonderen Absorption der Strahlung durch das magnetisirte Medium, oder in einer Zerstörung der Magnetisirung durch die Strahlung. Wesentlich dieselben Ueberlegungen hat Hr. Wien neuerdings in sein Pariser Referat über die theoretischen Gesetze der Strahlung aufgenommen.

Als ich vor kurzem daran ging, den geschilderten Gedankengang weiter zu verfolgen, um womöglich zu einer neuen interessanten Beziehung zu gelangen, und zu diesem Zweck die Wärmemengen berechnete, welche sich die beiden Körper gegenseitig zustrahlen, fand ich zu meinem Erstaunen, dass, wenn man nur die Rechnung vollständig durchführt, der Faraday'sche Effect in keinem Falle zu einem Widerspruch mit der Thermodynamik Anlass giebt, und dass das „Wien'sche Paradoxon“, wie es auch genannt worden ist, lediglich auf einer unzulänglichen Betrachtungsweise beruht.

Bleiben wir zunächst bei dem oben gewählten speciellen Beispiel stehen, so wird allerdings die von dem 2. Körper durch das ihm vorgelagerte 2. Prisma gesandte Strahlung vermöge der magnetischen Drehung ihrer Polarisationsebene vom 1. Prisma vollständig reflectirt. Sie fällt aber nicht, wie bei der Wien'schen Berechnung angenommen ist, durch das 2. Prisma auf den 2. Körper zurück, sondern da sie bei der Rückkehr vom 1. zum 2. Prisma abermals eine Drehung ihrer Polarisationsebene um 45° erleidet, so langt sie beim 2. Prisma mit dem Azimut 135° an, wird infolge dessen dort total reflectirt, kehrt mit dem Azimut 180° zum 1. Prisma zurück und geht

nun ohne Schwächung durch dasselbe hindurch zum 1. Körper. Schliesslich empfängt also der 1. Körper vom 2. genau ebensoviel Wärme, als der 2. vom 1., nur dass dabei zwei totale Reflexionen stattfinden.

Im allgemeinen Falle, wenn der Hauptschnitt des 2. Prismas gegen den des 1. das Azimut ε besitzt, und wenn die magnetische Drehung der Polarisationsebene α beträgt, führt eine entsprechende Rechnung zu ganz demselben Resultat, vorausgesetzt, dass man die unendlich vielen Hin- und Herreflexionen der polarisirten Strahlung zwischen den beiden Prismen gebührend berücksichtigt. Betrachten wir nämlich ein von dem 1. Prisma kommendes, durch das magnetisch-active diathermane Medium auf das 2. Prisma fallendes paralleles Strahlenbüschel, so ist zu unterscheiden, ob die Strahlung vom 1. Prisma reflectirt ist, oder ob sie durch das 1. Prisma hindurchgegangen ist. Im ersten Falle wird am 2. Prisma der Bruchteil

$$\cos^2(\varepsilon - \alpha) = \varrho_2$$

reflectirt, im zweiten Falle aber der Bruchteil

$$\sin^2(\varepsilon - \alpha) = \varrho_2',$$

sodass

$$\varrho_2 + \varrho_2' = 1.$$

Für die Reflexionen am 1. Prisma wenden wir die entsprechende Bezeichnung an. War die auf das 1. Prisma fallende Strahlung vom 2. Prisma reflectirt, so wird vom 1. Prisma der Bruchteil

$$\cos^2(\varepsilon + \alpha) = \varrho_1$$

reflectirt; war sie aber durch das 2. Prisma hindurchgegangen, so wird vom 1. Prisma der Bruchteil

$$\sin^2(\varepsilon + \alpha) = \varrho_1'$$

reflectirt, sodass wieder:

$$\varrho_1 + \varrho_1' = 1.$$

Nun berechnen wir, welcher Bruchteil der ganzen Wärmemenge q, die in einer beliebigen kleinen Zeit von dem 1. Körper in der Richtung zum 2. Körper emittirt wird,

zum 2. Körper hingelangt. Bei der ersten Reflexion am 1. Prisma wird die Hälfte $q/2$ reflectirt, die andere Hälfte $q/2$ durchgelassen. Hiervon wird am 2. Prisma $q/2\ \varrho_2'$ reflectirt, der Rest $q/2\ \varrho_2$ zum 2. Körper durchgelassen. Die reflectirte Strahlung $q/2\ \varrho_2'$ kehrt zum 1. Prisma zurück. Dort wird der Betrag $q/2\ \varrho_2'\varrho_1$ reflectirt, welcher wieder auf das 2. Prisma fällt. Hier wird der Betrag $q/2\ \varrho_2'\varrho_1\varrho_2'$ zum 2. Körper durchgelassen, der Rest $q/2\ \varrho_2'\varrho_1\varrho_2$ zum 1. Prisma zurückreflectirt etc. Somit ergiebt sich für die ganze durch das 2. Prisma auf den 2. Körper fallende Strahlung:

$$\frac{q}{2}\varrho_2 + \frac{q}{2}\varrho_2'\varrho_1\varrho_2' + \frac{q}{2}\varrho_2'\varrho_1\varrho_2\varrho_1\varrho_2' + \frac{q}{2}\varrho_2'\varrho_1\varrho_2\varrho_1\varrho_2\varrho_1\varrho_2' + \cdots$$

$$= \frac{q}{2}\varrho_2 + \frac{q}{2}\varrho_1\varrho_2'^2(1 + \varrho_1\varrho_2 + \varrho_1^2\varrho_2^2 + \ldots)$$

$$= \frac{q}{2}\varrho_2 + \frac{q}{2}\frac{\varrho_1\varrho_2'^2}{1-\varrho_1\varrho_2}$$

und mit Einsetzung von $1-\varrho_2$ statt ϱ_2':

$$= \frac{q}{2}\frac{\varrho_1+\varrho_2-2\varrho_1\varrho_2}{1-\varrho_1\varrho_2}.$$

Eine Controle für die Richtigkeit der Rechnung ergiebt die Bestimmung der auf den 1. Körper zurückfallenden Strahlung. Hier erhält man durch die entsprechende Betrachtung:

$$\frac{q}{2} + \frac{q}{2}\varrho_2'\varrho_1' + \frac{q}{2}\varrho_2'\varrho_1\varrho_2\varrho_1' + \frac{q}{2}\varrho_2'\varrho_1\varrho_2\varrho_1\varrho_2\varrho_1' + \cdots$$

$$= \frac{q}{2} + \frac{q}{2}\varrho_1'\varrho_2'(1 + \varrho_1\varrho_2 + \varrho_1^2\varrho_2^2 + \ldots)$$

$$= \frac{q}{2} + \frac{q}{2}\frac{\varrho_1'\varrho_2'}{1-\varrho_1\varrho_2}$$

und mit Einsetzung von $1-\varrho_1$ und $1-\varrho_2$ statt ϱ_1' und ϱ_2':

$$= \frac{q}{2}\frac{2-\varrho_1-\varrho_2}{1-\varrho_1\varrho_2}.$$

Dieser Ausdruck zu dem obigen addirt ergiebt q, d. h. die ganze von dem 1. Körper emittirte Wärme, wie es sein muss.

Berechnet man nun weiter die vom 2. Körper dem 1. zugestrahlte Wärme, unter der Annahme, dass beide Körper die gleiche Temperatur besitzen, so findet man genau denselben Ausdruck wie oben, wie schon daraus zu erkennen ist, dass jene Grösse ihren Wert nicht ändert, wenn man ϱ_1 und ϱ_2 miteinander vertauscht. Es strahlen sich also die beiden Körper thatsächlich gleichviel Wärme zu, und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik giebt hier keinerlei Anlass, irgend ein neues, bisher unbekanntes Phänomen zu postuliren.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. Nr. 15.

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 16. November 1900.

Vorsitzender: Hr. E. Warburg.

Hr. **E. Warburg** spricht in einem von Demonstrationen begleiteten Vortrag

über die Wirkung der Strahlung auf die Funkenentladung.

Hr. **H. Boas** macht dann

eine Bemerkung zur Wirkung der Sprengel'schen Quecksilberluftpumpe.

Hr. **F. Neesen** bespricht endlich unter Hinweis auf eine grosse Anzahl im Vortragssaale ausgestellter Oelgemälde

die während der dänischen Expedition, welche unter Leitung von Adam Paulsen im Winter 1899/1900 nach Island zur Erforschung der Nordlichterscheinungen entsandt war, vom Maler Grafen Moltke aufgenommenen Bilder und die allgemeinen vorläufigen Ergebnisse.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. L. Rellstab, Privatdocent in Braunschweig,

Hr. F. Hoffmann, Berlin W., Potsdamer Str. 9.

Ueber die Wirkung der Strahlung auf die Funkenentladung; von E. Warburg.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 16. November 1900.)

(Vgl. oben S. 211.)

---

§ 1. Hr. Swyngedauw[1]) hat kürzlich meine Erklärung von der Wirkung der Strahlung auf die Funkenentladung[2]) für falsch erklärt. Er gründet diese Behauptung auf einen Versuch, dessen Klarstellung der Hauptzweck dieser Mitteilung ist. Doch erlaube ich mir, meine Anschauungen von der Sache im Zusammenhang darzulegen, da es zur Zeit möglich ist, dieselben schärfer, als in meiner ersten diesbezüglichen Mitteilung zu präcisiren.

§ 2. Es ist zweckmässig, zwei Fälle zu entscheiden. Die Funkenstrecke bestehe aus zwei blanken Metallkugeln A und B, A sei zur Erde abgeleitet, B werde zu wachsendem Potential geladen.

I. Fall: das Potential von B wird langsam erhöht.

Ist 1. die Funkenstrecke gegen wirksame Strahlen geschützt, so macht die Verzögerung — d. h. das Zeitintervall zwischen dem Anlegen des Potentials und dem Auftreten des Funkens — wenn gross, wie bei den meisten trockenen Gasen und kleinen Schlagweiten, die exacte Bestimmung des Funkenpotentials schwer bez. unmöglich.

Steht dagegen 2. die Funkenstrecke unter dem Einfluss von wirksamen Strahlen — ultravioletten, Röntgen-[3]) oder Becquerelstrahlen[4]) — hinreichender Intensität, so wird eine Verzögerung nicht beobachtet, d. h. der Funke tritt ein,

---

1) R. Swyngedauw, Journal de physique **9**. p. 488. 1900. Vgl. auch E. Bichat et R. Swyngedauw, Sur les phénomènes actinoélectriques produits par les rayons violets. Rapport pour le congrès international de physique, Paris 1900.

2) E. Warburg, Wied. Ann. **59**. p. 1. 1896.

3) H. Starke, Wied. Ann. **66**. p. 1009. 1898.

4) J. Elster, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. **1**. p. 7. 1900.

sobald das Potential von B auf einen gewissen, mit grosser Schärfe bestimmbaren Wert gesteigert ist, und dieser Wert ist unabhängig von der Natur der angewandten Strahlung.

3. In einigen Fällen findet man das Funkenpotential ein wenig kleiner mit als ohne Bestrahlung, wie z. B. in Luft bei kleinen Schlagweiten, in anderen Fällen verschwindet diese Differenz gänzlich, wie z. B. nach Versuchen des Hrn. Orgler in Wasserstoff bei 660 mm Druck und 6 mm Schlagweite. Daraus schliesse ich, dass diese Differenz keine grössere Bedeutung hat als der Unterschied, welchen man zwischen dem Schmelz- und Erstarrungspunkt bei unterkühlbaren Flüssigkeiten beobachten kann, und ich betrachte die bei bestrahlter Funkenstrecke gefundenen Werte des Funkenpotentials als die normalen, d. h. von passiven Widerständen nicht beeinflussten Werte dieser Grösse.

Nach diesen Auseinandersetzungen ist in dem vorliegenden Fall I die einzige Wirkung der Bestrahlung die Aufhebung der Verzögerung, eine Herabsetzung des Funkenpotentials durch die Bestrahlung findet nicht statt.

§ 3. Anders verhält es sich scheinbar in gewissen Fällen, in welchen (Fall II) das Potential der Elektrode B schnell gesteigert wird, wie z. B., wenn sie, vorher an Erde gelegt, plötzlich mit der inneren Belegung einer geladenen Flasche verbunden wird. Man findet in diesem Falle unter Umständen, dass bei ultravioletter Bestrahlung der Funke bereits eintritt, wenn das Flaschenpotential erheblich kleiner ist, als das nach I bestimmte Funkenpotential.[1]) Hr. Swyngedauw erklärt diese Erscheinung nach dem von ihm aufgestellten Satze, dass durch die ultraviolette Bestrahlung das Funkenpotential herabgesetzt werde, und zwar um so mehr, je schneller es beim Anlegen erhöht werde.

Doch muss man in Betracht ziehen, dass bei diesen Versuchen die Funkenstrecke sich beim Anlegen an die Flasche unter gedämpften Oscillationen lädt, bei welchen die Potentialdifferenz der Elektroden zeitweise einen höheren Wert als das Flaschenpotential annimmt. Kann die Capacität der Funkenstrecke gegen die der Flasche und für die erste Halbschwingung

1) E. Warburg l. c. Die dort gegebene Erklärung im Anschluss an einen von Hrn. Jaumann ausgesprochenen Satz trifft nicht zu.

auch die Dämpfung vernachlässigt werden, so ist die maximale erreichte Potentialdifferenz geradezu doppelt so gross als das Flaschenpotential. Von vornherein bleibt also die Möglichkeit offen, dass die von Hrn. Swyngedauw angenommene Herabsetzung des Funkenpotentials nur eine scheinbare ist, indem die Potentialdifferenz der Elektroden zeitweise auf einen Wert steigt, welcher das normale Funkenpotential thatsächlich erreicht oder überschreitet. Dass die Sache sich in der That so verhält, zeigen die folgenden Versuche.

§ 4. Zwei Flaschen, eine grosse J_1 (Capacität 0,0067 Mf.) und eine kleine J_2 (Capacität 0,000328 Mf.) sind mit ihren äusseren zur Erde abgeleiteten Belegungen verbunden. In diese Leitung kann ein regulirbarer elektrolytischer Widerstand und eine Inductionsspule vom Selbstpotential 42100 cm eingeschaltet werden. Die innere Belegung von J_2 ist zunächst an Erde gelegt; durch Auslösen einer Feder wird sie isolirt und an die innere Belegung von J_1 angelegt. Mit den Belegungen von J_2 sind die Metallkugeln[1]) der Funkenstrecke verbunden, welche in der Regel durch Bogenlicht, das durch Quarzlinsen concentrirt ist, bestrahlt wird.

Ist

$$w^2 < 4L.(\varkappa_1 + \varkappa_2), \tag{1}$$

wo w den Widerstand, L das Selbstpotential des Kreises bezeichnet, $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ die reciproken Werte der Capacitäten der Flaschen 1 und 2 vorstellen, so lädt sich 2 unter gedämpften Oscillationen, und zwar ist

$$V_2 = \overline{V}_2 \left\{1 - e^{-\frac{t}{\theta}} \left(\cos \frac{2\pi}{T} \cdot t + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{T}{\theta} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t\right)\right\}, \tag{2}$$

wo

$$\theta = \frac{2L}{w}, \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\varkappa_1 + \varkappa_2}{L} - \frac{w^2}{4L^2}}}.$$

$\overline{V}_2$ ist der Endwert von V_2,

$$\overline{V}_2 = V \cdot \frac{\varkappa_2}{\varkappa_1 + \varkappa_2}, \tag{3}$$

---

1) Ich benutzte Eisen-, Messing- und Zinkkugeln von 2,6 cm Durchmesser; sie wurden zuerst mit Putzpomade, dann mit Wiener Kalk und Alkohol behandelt. Die Ergebnisse wurden durch das Material wenig beeinflusst, Zink eignet sich vielleicht am besten.

wo V das Potential ist, auf welches 1 ursprünglich geladen war. Der grösste Wert, welchen V_2 annimmt, $V_{2,\,\mathrm{max.}}$, wird zur Zeit $T/2$ erreicht, und ist

$$V_{2,\,\mathrm{max.}} = \overline{V}_2\left(1 + e^{-\frac{T}{2\theta}}\right). \tag{4}$$

Sind Spule und elektrolytischer Widerstand ausgeschaltet, so besteht die Leitung aus ungefähr 5 m 0,7 mm starken Kupferdrahts und besitzt, als gerader Draht betrachtet, nach Lord Rayleigh und Stefan ein Selbstpotential gleich 6270 cm für schnelle Oscillationen. Daraus ergiebt sich die Schwingungszahl pro Secunde

$$m = \frac{1}{T} = 3{,}6 \,.\, 10^6;$$

der Widerstand für diese Schwingungen

$$w = 1{,}2\ \Omega\text{[1]}, \quad \frac{T}{\theta} = 0{,}0265, \quad \frac{V_{2,\,\mathrm{max.}}}{\overline{V}_2} = 1{,}99\,.$$

§ 5. Mit dieser Anordnung machte ich folgende Versuche, bei welchen Eisenkugeln verwandt wurden. Zink und Messing ergaben entsprechende Resultate.

1. Spule und Widerstand sind ausgeschaltet, das nach § 2 bestimmte normale Funkenpotential ist 4190. Es genügt nun, J_1 auf 2920 Volt zu laden, damit beim plötzlichen Anlegen an J_2, wie vorhin beschrieben, die Flaschen sich durch die bestrahlte Funkenstrecke entladen. In der That ist in diesem Falle

$$\overline{V}_2 = \frac{\varkappa_2}{\varkappa_1 + \varkappa_2} \cdot V = 0{,}95\, V = 0{,}95 \,.\, 2920 = 2770 \text{ Volt.}$$

$$V_{2,\,\mathrm{max}} = 1{,}99 \,.\, 2770 = 5500 \text{ Volt,}$$

um 1310 Volt höher als das normale Funkenpotential.

2. Ich brachte nun durch Einschalten von elektrolytischem Widerstand den Widerstand des Kreises auf 306 Ω. In diesem Fall vollzog sich die Ladung von J_2 aperiodisch, da die Ungleichung (1) bereits für $w = 283\ \Omega$ zu bestehen aufhört. Nunmehr musste ich J_1 auf 4365 Volt laden, wenn beim Anlegen an J_2 Entladung durch die bestrahlte Funkenstrecke eintreten sollte.

---

1) Für constanten Strom ist der Widerstand 0,218 Ω.

In der That ist der hier nicht überschrittene Endwert von V_2

$$\overline{V}_2 = 0{,}95 . 4365 = 4150 \text{ Volt,}$$

innerhalb der Fehlergrenzen gleich dem normalen Funkenpotential. Gleichwohl vollzog sich die Ladung der Flasche J_2 auch in diesem Falle ausserordentlich schnell, man kann berechnen, dass beim Beginn der aperiodischen Ladung, welchem man hier nahe ist, der definitive Wert $\overline{V}_2$ bereits nach 3 Millionstel Secunde bis auf 1 Proc. erreicht ist. Nach dem § 3 citirten Satz des Hrn. SWYNGEDAUW hätte also die Funkenentladung bereits für ein Potential von J_1 kleiner als 4365 Volt eintreten müssen.

3. Darauf wurde auch die Inductionsspule hinzugeschaltet und dadurch die Selbstinduction des Kreises auf 48400 cm gesteigert, infolge dessen man trotz des Widerstandes von 306 Ω wieder in das Gebiet der Oscillationen zurückkehrte. Es genügte nun, J_1 auf 3950 Volt zu laden, um beim Anlegen an J_2 einen Funken in der bestrahlten Funkenstrecke zu erzielen. Hier ist

$$m = \frac{1}{T} = 1{,}19 . 10^6,$$

$$\Theta = 3{,}16 . 10^{-7},$$

$$\frac{V_{2,\,max}}{\overline{V}_2} = 1{,}264,$$

$$\overline{V}_2 = 3950 . 0{,}95 = 3760,$$

$$V_{2,\,max} = 4750,$$

600 Volt höher als das normale Funkenpotential.

4. Eine Herabsetzung des Funkenpotentials durch die Bestrahlung findet also auch in dem Fall II, in welchem die Potentialdifferenz der Elektroden schnell gesteigert wird, nicht statt. Als ich aber die Bestrahlung durch Bogenlicht wegliess, blieb in der Regel[1]) auch die Funkenentladung aus, solange der Endwert $\overline{V}_2$ der Potentialdifferenz der Elektroden das normale Funkenpotential nicht erreichte. Das entspricht ganz den Angaben des Hrn. BJERKNES[2]), welcher bei HERTZ'schen Schwingungen das zeitweise Eintreten einer Potentialdifferenz

---

1) Nur bei frisch geputzten Zinkkugeln trat auch ohne Bestrahlung die Funkenentladung schon bei etwas kleineren Werten von $\overline{V}_2$ ein.

2) V. BJERKNES, Bihang till Kongl. svenska Vetenskabs. Akademiens Handlingar **20.** 1894/95.

von 7000 Volt nötig fand, um eine Funkenentladung herbeizuführen, für deren Einleitung 2080 Volt unter gewöhnlichen statischen Verhältnissen genügt hätten.

Also auch in dem Fall II setzt die Bestrahlung lediglich die Verzögerung herab, welche hier zur Funkenbildung kleiner als die Zeit sein muss, während deren die das Funkenpotential übersteigende Potentialdifferenz der Elektroden besteht, also kleiner als ungefähr $^1/_2$ Millionstel Secunde.

§ 6. Ich verzeichne hierunter noch die Ergebnisse einiger Versuche mit verschiedenen Widerständen des Kreises. V bedeutet immer das kleinste Potential der Flasche 1, welches zur Funkenbildung hinreichte.

$$L = 48\,400 \text{ cm}, \quad \varkappa_1 + \varkappa_2 = 32 \,.\, 10^{17}, \quad \frac{\varkappa_2}{\varkappa_1 + \varkappa_2} = 0{,}95, \quad V_0 = 4130 \text{ Volt.}$$

w in Ω	$m.10^{-6}$	$\theta.10^6$	$\frac{V_{2,\,\max.}}{\overline{V_2}}$	V(Volt)	$\overline{V_2}$	$V_{2,\,\max.}$	$V_{2,\,\max.} - V_0$
254	1,22	0,381	1,343	3730	3540	4740	610
152	1,27	0,637	1,538	3410	3240	4990	860
48	1,29	2,02	1,826	3190	3030	5540	1410

Der maximale, bei den Oscillationen erreichte Potentialunterschied $V_{2,\,\max.}$ ist also stets grösser, als das normale Funkenpotential V_0, die Differenzen $V_{2,\,\max.} - V_0$ sind so gross, dass sie Beobachtungsfehlern nicht zugeschrieben werden können.

Daraus folgt, dass auch bei der angewandten ultravioletten Bestrahlung eine Verzögerung übrig blieb, welche nicht kleiner war, als 0,4 Millionstel Secunde. Hierin liegt wohl auch der Grund davon, dass wenn man durch Ausschalten der kleinen Flasche J_2 die Schwingungszahl auf einen sehr hohen Wert bringt, Effecte der beschriebenen Art nur bei sehr gut geputzten Elektroden eintreten.

§ 7. Als Gesamtergebnis dieser Versuche kann man hinstellen, dass die Wirkung der ultravioletten Strahlen auf die Funkenentladung lediglich in einer Herabsetzung der Verzögerung, nicht in einer Herabsetzung des Funkenpotentials besteht, mag die Potentialdifferenz langsam oder schnell an die Funkenstrecke angelegt werden. Dieses Ergebnis steht in vollem Gegensatz zu den Behauptungen des Hrn. Swyngedauw.

Berlin, Physik. Institut, im November 1900.

Die während der dänischen Expedition, welche unter Leitung von Adam Paulsen im Winter 1899/1900 nach Island zur Erforschung der Nordlichterscheinungen entsandt war, vom Maler Grafen Moltke aufgenommenen Bilder und die allgemeinen vorläufigen Ergebnisse; von F. Neesen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 16. November 1900.)

(Vgl. oben S. 211.)

Es konnten dank der Liebenswürdigkeit von Hrn. PAULSEN, Director des meteorologischen Institutes in Kopenhagen, eine grössere Zahl von einzig dastehenden Abbildungen der Gesellschaft gezeigt werden. Die Bilder sind direct an Ort und Stelle gemalt worden; da die Lichterscheinungen zu rasch wechseln, um farbige Skizzen aufzunehmen, wurden Bleistiftskizzen angefertigt und in diesen die Farben eingeschrieben. Hiernach sind dann unmittelbar darauf die Oelgemälde, Aquarelle und ausführlicheren Bleistiftzeichnungen gemacht.

Ein Gemälde giebt die reguläre Nordlichterscheinung mit mehrfachen ausgespannten Bögen und aus diesen hervorschiessenden Strahlen; die anderen zeigen die seltsamsten flammenartigen Wallungen der leuchtenden Massen. Fast stets ist das Licht weiss, mit farbigen Stellen an den Rändern; eine Abbildung giebt ein stark grünlich gefärbtes weisses Lichtband, das zum Zenith emporzüngelt. Ein anderes Gemälde zeigt Strahlen, welche wie bei einem Feuerrade in Feuerwerken von einem Centrum ausgehen, aber nicht radial verlaufen, sondern eine doppelte Krümmung haben. Eine rotirende Bewegung dieser Strahlen um das Ausgangscentrum findet nach den Angaben der Herren Grafen MOLTKE und LA COUR, dem Physiker der Expedition, nicht statt. Innerhalb der Strahlen ist indessen stetige Bewegung, Auf- und Niederwallen, plötzliche Lichtblitze etc.

Ueber die allgemeinen Ergebnisse ist von Hrn. PAULSEN dem internationalen Physiker-Congress in Paris ein vorläufiger

Bericht abgestattet, welcher durch briefliche Mitteilung an den Vortragenden in einigen Punkten ergänzt wurde.

Der Bericht giebt zuerst die Ergebnisse der photographischen Spectralbeobachtungen. Die Platten zeigten Linien und ein continuirliches Spectrum zwischen 407 und 470 $\mu\mu$. Letzteres gehört nach der brieflichen Mitteilung dem Nordlicht nicht an, sondern rührt von dem Mondlicht her. Das eigentliche Nordlichtspectrum, die Linien, ist identisch mit dem Kathodenlichte des Stickstoffs. Prof. SCHEINER hat darauf bezügliche vergleichende Messungen an den Platten vorgenommen und hierbei folgende Abstände der sieben hellsten Linien von der hellsten Linie (392 $\mu\mu$) in mm erhalten:

	Nordlicht-spectrum	Kathodenlicht-spectrum
427 $\mu\mu$	−4,40	−4,41
	+1,61	+1,62
	+2,41	+2,41
	+5,57	+5,60
	+6,39	+6,40
	+10,05	+10,11

Die Linien des Nordlichtes sind etwas verwaschen.

Auch die relativen Intensitäten der Linien beider Spectren stimmen nach SCHEINER's Ansicht, soweit es beurteilt werden konnte.

Der Bericht enthält gleichfalls eine solche von Hrn. LA COUR ausgeführte Vergleichung, wobei die Uebereinstimmung allerdings etwas weniger genau ist; indessen war der angewandte Apparat nicht so empfindlich wie der SCHEINER'sche.

Ueber die atmosphärische Elektricität sind an 53 Tagen regelmässige Messungen angestellt, indessen nur an 11 Tagen unter guten Bedingungen. Meistens störten Stürme und Schneetreiben die Beobachtungen. Der Schnee wurde z. B. von den längs der Abhänge des Berges Sullur, auf welchem Beobachtungen erfolgten, aufsteigenden Luftströmen aufgewirbelt. Die letzteren erzeugten einen luftverdünnten Raum, in welchen die absteigende Luft hineinströmte. Es machten sich die hierdurch hervorgerufenen Luftdruckschwankungen an dem Registrirbarographen so bemerkbar, dass während Stunden die Curve in einen breiten Klecks auslief. Als Sammler für das Potential

wurde eine mit radioactivem Pulver bestreute Platte angewandt, welche sich vorzüglich bewährte.

Das Luftpotential wuchs von 8 Uhr Morgens bis zwischen 12 und 1 Uhr Nachmittags, von da an ein regelmässiges Sinken bis 2 Uhr Nachts, der letzten Beobachtungsstunde. Die zeitliche Lage des Minimums wird auf zwischen 3 und 4 Uhr Morgens geschätzt.

In Bezug auf die Geschwindigkeit der Abnahme elektrischer Ladungen stellte sich sowohl an dem niedrigsten Beobachtungsort (50 m) wie an dem höchsten (1200 m) entschieden ein rascheres Abnehmen von negativer Ladung heraus; die grössere Höhe begünstigte anscheinend diesen Unterschied aber nur sehr wenig.

Der Einfluss auf die Declinationsnadel war bei ruhigen Nordlichtbogen sehr gering, bei auftretenden Wallungen grösser. Immerhin waren auch hier die beobachteten Störungen (3° im Maximum) sehr klein gegen die bei einer früheren Expedition nach der Westküste von Grönland gefundenen von mehr wie 10°. Allerdings spielten sich die in Island beobachteten Lichterscheinungen in sehr grossen Höhen ab; so wurde eine solche von 400 km beobachtet. Der ruhige Bogen stand senkrecht auf dem magnetischen Meridian. Daher auch sein geringer Einfluss. Es ergiebt dieses die bemerkenswerte Folgerung, dass die elektrische Entladung derartig verläuft, dass ein positiver Strom von Westen nach Osten vorhanden ist. Denn Entladungen von wechselnder Richtung sind wohl nicht anzunehmen, weil sonst überhaupt keine Einwirkung auch bei den eintretenden Wallungen zu erwarten waren.

Das Centrum der Coronabildungen, welches einzelne Bilder sehr deutlich wiedergeben, steht im Schnitt der magnetischen Erdaxe mit dem Himmelsgewölbe.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. Nr. 16.

Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 30. November 1900.

Vorsitzender: Hr. O. Lummer.

Hr. **O. Lummer** trägt vor:

Geschichtliches über das Draper'sche Gesetz und den schwarzen Körper.

Der Vortrag giebt im Wesentlichen einen Auszug aus dem für den Internationalen Congress für Physik zu Paris 1900 geschriebenen Rapport: „Sur le rayonnement des corps noirs", soweit dieser sich mit dem Draper'schen Gesetze und der Verwirklichung der schwarzen Strahlung beschäftigt. Der Inhalt wird in den „Annalen der Physik" veröffentlicht werden.

Hr. **A. Gleichen** bespricht dann

eine Erweiterung der Laplace'schen Extinctionstheorie des Sternenlichtes.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. S. Simon, Charlottenburg, Spreestrasse 43.

Hr. Dr. A. Lindemann, Berlin NW., Gerhardstrasse 7.

Erweiterung der Laplace'schen Extinctionstheorie des Sternenlichtes;

von Alexander Gleichen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 30. November 1900.)

(Vgl. oben S. 221.)

1. Einleitende Bemerkungen.

Die Atmosphäre der Erde denken wir uns im Normalzustand concentrisch geschichtet, wobei Dichte λ und Brechungsexponent μ nach der Erdoberfläche hin beständig zunehmen. Ein Lichtstrahl, der aus dem Unendlichen kommend die Atmosphäre durchdringt, beschreibt die „Lichtcurve". Zieht man

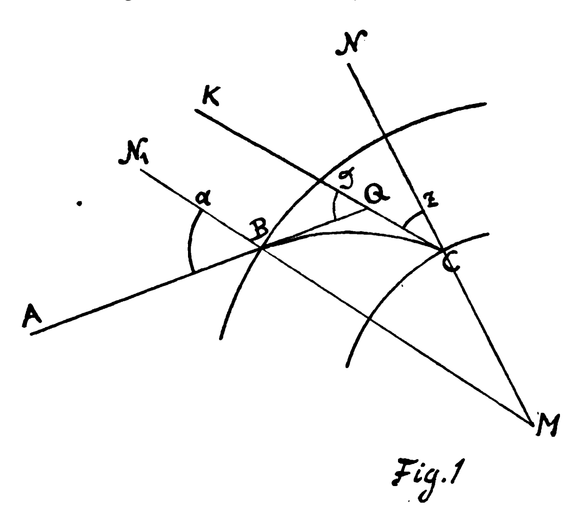


Fig. 1

durch einen Punkt P dieser Curve eine Tangente und ausserdem den Radiusvector r_1 nach dem Mittelpunkt der Erde M und nennt i den spitzen Winkel, den beide miteinander bilden, so ist bekanntlich das Product $\mu r_1 \sin i$ für alle Punkte der Curve dieselbe constante Grösse, wo μ den Brechungsexponenten an der betreffenden Stelle darstellt.

In Fig. 1 sei nun ABC die Lichtcurve, und zwar B die Eintrittsstelle in die Atmosphäre, sodass also das Stück AB

als gerade Linie angesehen werden muss. MN und MN_1 sind die Radiivectores in den Punkten B und C, wo M den Erdmittelpunkt bedeutet. Der oben definirte Winkel i geht für die Eintrittsstelle in den Winkel $ABN_1 = \alpha$ und für Punkt C in die scheinbare Zenithdistanz $NCQ = z$ über, wo die Gerade CQ Tangente an die Lichtcurve in C ist. Schliesslich wird noch der Winkel $AQK = \vartheta$, den diese Tangente mit der verlängerten AB bildet, als Refraction im Punkte C bezeichnet. Schliesslich werde noch bezeichnet der Erdradius MC mit ϱ, die Strecke MB mit R, Brechungsexponent an der Erdoberfläche mit μ_0. Bildet man jetzt das oben angegebene Product für die beiden Punkte B und C, so erhält man, wenn man den Brechungsexponenten im leeren Raum gleich der Einheit setzt, die Gleichung:

$$R \sin \alpha = \mu_0 \, . \, \varrho \sin z, \tag{1}$$

die wir weiter unten verwenden werden.

2. Die Laplace'sche Extinctionstheorie.

Nehmen wir an, längs der Lichtcurve ABC werde eine gewisse Lichtmenge transportirt, die bei C in das Objectiv eines Fernrohres resp. Photometers gelange, und setzen dabei voraus, dass SC die optische Axe dieses Instrumentes sei, dann gelangt man zu den von Laplace zuerst entwickelten sogen. Extinctionsgleichungen, die auch heute noch allgemein in Gebrauch sind, durch folgende Annahmen:[1]) An irgend einer Stelle der Lichtcurve erleidet die Helligkeit J einen Verlust dJ, der proportional ist der dort herrschenden Dichte λ und dem Elemente ds der Lichtcurve, über das hier der Transport stattfand, sowie schliesslich noch der Helligkeit selbst. Dann hat man

$$dJ = - A \, . \, J \, . \, \lambda \, ds, \tag{2}$$

wo A eine von den Integrationsvariabeln unabhängige Grösse ist.

Integrirt man 2) über die ganze Lichtcurve, setzt die Helligkeit im leeren Raum $= J$, an der Oberfläche der Erde

---

1) Vgl. z. B. Seeliger, Akad. d. Wissensch. zu München 21. 1891.

J_z und setzt ferner das ebenfalls über die ganze Curve ausgedehnte Integral

(3) $$e^{\int A \lambda\, ds} = \Omega,$$

so hat man:

(4) $$J_z = J.\,\Omega.$$

Die Integration von Ω und die Darstellung dieser Grösse für verschiedene Zenithdistanzen z in Gleichungen und Tabellen bilden bekanntlich den Inhalt der LAPLACE'schen Extinctionstheorie.

In neuerer Zeit[1]) schreibt man Ω gewöhnlich in der Form p^l, wo p der sogenannte Transmissionscoefficient ist, d. h. der Quotient J/J_0, wenn J_0 die Helligkeit für die Zenithdistanz $z = 0$ ist und l eine nach der LAPLACE'schen Theorie festzustellende Grösse bedeutet. Nebenbei bemerkt ist nach den besten Beobachtungen des astrophysikalischen Institutes zu Potsdam $p = 0{,}835$, während nach den allerdings nicht ganz einwandsfreien Messungen von LANGLEY $p = 0{,}6$ circa ist.

Demnach hat man nach (4)

(5) $$J_z = J\,.\,p^l.$$

3. Erweiterung der Theorie.

Die an der Lichtcurve entlang transportirte Lichtmenge ist beim Zutritt ins Fernrohr über die ganze als kreisförmig vorausgesetzte Objectivöffnung verteilt. Denkt man sich nun alle ins Fernrohr dringenden Strahlen rückwärts verfolgt, so werden sie einen gekrümmten Strahlenkörper darstellen, der im leeren Raum zu einem Cylinder degenerirt, und dessen Axe bez. Schwerlinie die oben angegebene Lichtcurve ist. An der Eintrittsstelle ins Fernrohr ist der axensenkrechte Querschnitt des Strahlenkörpers ein Kreis und fällt mit der Objectivöffnung zusammen, an allen anderen Stellen hat er eine andere — im allgemeinen — elliptische Gestalt. Denkt man sich nämlich durch die Fernrohraxe und den Zenith eine

---

1) Vgl. z. B. G. MÜLLER u. P. KEMPF, Public. d. Astrophysik. Observ. zu Potsdam Nr. 38. 1898.

Ebene gelegt (Meridionalebene), so werden hierdurch eine Anzahl von Strahlen, die ins Objectiv dringen, herausgeschnitten und zwar verlaufen die Lichtcurven dieser Strahlen vollständig in dieser Ebene, sind jedoch nicht streng parallel, insbesondere bilden die Strahlen, die an dem oberen und unteren Randpunkte des Objectives einfallen, infolge der verschiedenen Brechungen in der Atmosphäre einen, wenn auch kleinen Winkel miteinander. Denkt man sich ferner durch die optische Axe des Fernrohres eine zweite Ebene, die auf der ersteren senkrecht ist (Sagittalebene), so werden auch die Strahlen dieser Ebene nicht streng parallel sein und werden ausserdem, wenn man dem Strahlenkörper folgt, von Punkt zu Punkt andere Einfallsebenen haben. Der Strahlenkörper hat infolge dessen veränderliche Dicke. Gegenüber dem Querschnitt im leeren Raum wird nun eine Verengung oder Erweiterung Vermehrung oder Verminderung der Helligkeit an der betreffenden Stelle zur Folge haben. Auf diesen Umstand nimmt die Theorie von LAPLACE keine Rücksicht und es scheint bisjetzt unbekannt zu sein, wie stark dieser Einfluss sich auf die Resultate der photometrischen Messungen wird geltend machen können. Es sei schon hier bemerkt, dass dieser Einfluss von ganz anderer Art ist, wie der der Absorption, indem durch ihn die Helligkeit in der Nähe des Zeniths vermehrt, nach dem Horizont hin dagegen vermindert wird. In der Theorie von LAPLACE wird gewissermaassen stillschweigend die Voraussetzung gemacht, dass der Strahlenkörper überall constante Dicke habe.

4. Aufstellung der strengen Differentialgleichung.

In Fig. 2 sei ein Stück des Strahlenkörpers von der Länge ds an einer beliebigen Stelle der Atmosphäre dargestellt. Die einfallende Lichtmenge L haben den Querschnitt q, die austretende $L + dL$ den Querschnitt $q + dq$. Dann ist zunächst

$$dL = -AL \,.\, \lambda\, ds, \tag{1}$$

wo die Grössen A, λ, ds die oben angegebene Bedeutung haben.

q
q+dq
Fig. 2

Die Helligkeit J des eintretenden Lichtes ist die durch die Flächeneinheit dringende Menge; also hat man

$$J = \frac{L}{q} \tag{2}$$

und analog für die Helligkeit des austretenden Lichtes

$$J + dJ = \frac{L + dL}{q + dq}. \tag{3}$$

Eliminirt man aus diesen drei Gleichungen die Grössen L und dL und unterdrückt das Glied $dJ.dq$, so erhält man:

$$\frac{dJ}{J} + \frac{dq}{q} = -A\lambda ds. \tag{4}$$

Wenn man über die ganze Lichtcurve integrirt und den Querschnitt des Strahlenkörpers im leeren Raum mit q, an der Erdoberfläche mit q_z bezeichnet und bedient sich der in § 2 eingeführten Bezeichnungen, so erhält man:

$$J_z = J\,\Omega\,.\,\frac{q}{q_z}$$

oder auch:

$$J_z = \frac{q}{q_z}\cdot p^l \tag{5}$$

Um den durch die Brechung hervorgerufenen Deformationen des Strahlenkörpers Rechnung zu tragen, hat man also die nach der Theorie von Laplace erhaltenen Helligkeiten nur mit dem Factor q/q_z zu multipliciren, wo q_z die Oeffnung des Fernrohres bez. Photometers und q der Querschnitt des zugehörigen Strahlenkörpers im leeren Raume ist.

5. Der Correctionsfactor q/q_z.

Der Factor q/q_z lässt sich nun in aller Strenge herleiten, wenn man nur die gewiss zutreffende Annahme macht, dass die den Strahlenkörper constituirenden Strahlen unter sich sehr kleine Winkel bilden. Besonders auffallend ist dabei folgendes.

Der Wert q/q_z ist für eine vorgeschriebene Zenithdistanz z nur abhängig von dieser Zenithdistanz und von der Grösse der Refraction ϑ, die bei dieser Zenithdistanz vorhanden ist, sowie von den Aenderungen dieser beiden Grössen und schliess-

lich noch von dem Brechungsexponenten der Luft μ_0 an der Oberfläche der Erde. Im übrigen zeigt sich q/q_z von jeder besonderen Annahme über die Höhe und die Constitution der Atmosphäre, also damit von jeder Refractionstheorie unabhängig. Wie wir weiter zeigen werden, ergiebt sich nämlich:

$$(1) \qquad \frac{q}{q_z} = \frac{\mu_0^2 \sin z}{\sin(z+\vartheta)\left(1+\frac{d\vartheta}{dz}\right)}.$$

Die Form dieses Ausdruckes gestattet es, ihn unmittelbar aus einer der vorhandenen Tabellen für die Refractionen auszuwerten. Im Folgenden sind die BESSEL'schen Refractionstafeln zu Grunde gelegt. Die angegebenen Zahlen sind die reciproken Werte des Correctionsfactors:

Zenith-distanz	$\frac{q_z}{q}$	Zenith-distanz	$\frac{q_z}{q}$
90°	1,20695	83° 30′	1,01622
89° 30′	1,16666	83°	1,01439
89°	1,12861	82°	1,01123
88° 30′	1,09719	81°	1,00907
88°	1,07491	80°	1,00741
87° 30′	1,06144	70°	1,00142
87°	1,05071	60°	1,00017
86° 30′	1,03999	50°	0,999759
86°	1,03335	40°	0,999565
85° 30′	1,02969	30°	0,999454
85°	1,02503	20°	0,999399
84° 30′	1,02155	10°	0,999379
84°	1,02089	0°	0,999099

6. Discussion der Tabelle.

Die Zahlen der Tabelle geben den axensenkrechten Querschnitt des Strahlenkörpers an der Erdoberfläche, wenn man den Querschnitt im leeren Raum gleich der Einheit setzt. Für einen im Horizont stehenden Stern ist der Correctionsfactor

$$\frac{1}{1{,}20695} = 0{,}829,$$

das heisst, die Helligkeit ist circa 17 Proc. geringer als die Grösse, welche man aus der uncorrigirten LAPLACE'schen Formel erhalten würde. Mit abnehmender Zenithdistanz nähert sich dieser Factor schnell der Einheit; bei 59° circa wird er streng der Einheit gleich; in diesem Falle sind also die beiden Querschnitte gleich. In der Nähe des Zenithes findet dann eine allerdings sehr minimale Helligkeitszunahme statt.

Von der Existenz und noch weniger von der Grösse des Factors q/q_z hatte man wohl bisher kaum eine Vorstellung. Hätte er sich in der ersten Decimalstelle um einige Einheiten kleiner ergeben, was doch a priori nicht zu erkennen war, so wäre dadurch das ganze System der modernen Astrophotometrie berührt, indem die unter verschiedenen Zenithdistanzen gemessenen Helligkeiten nicht in die richtige Beziehung zu einander gebracht wären. Ein Blick auf die Tabelle lehrt den Einfluss dieses Factors genau erkennen. Die Helligkeit im Horizont wird um ca. 17 Proc. geändert. Setzt man die theoretische Helligkeit, die ein Stern im Zenith hätte, gleich der Einheit, und nimmt man an, dass die Helligkeitsmessungen in verschiedenen Zenithdistanzen noch zwei Decimalen dieser Einheit genau ergäben, so macht der Einfluss des Factors sich geltend auf die Helligkeiten zwischen $z = 80^0$ und $z = 90^0$. Sollte es in der Zukunft einmal erreicht werden, durch verfeinerte Messungen auch noch eine dritte Decimale zu bestimmen, so würde der Factor für alle Messungen zu berücksichtigen sein, mit Ausnahme der um $z = 60^0$ herum befindlichen Indifferenzzone.

7. Herleitung des Ausdruckes für q/q_z.

Der Kreis um M mit dem Radius $MB = R$ (Fig. 3) stelle einen Schnitt durch die Atmosphäre, der Kreis mit dem Radius $NC = \varrho$ den entsprechenden durch die Erde dar. Ein Lichtstrahl aus dem leeren Raum nehme den Weg AB, beschreibe die Lichtcurve bis C, welche im Punkte C zur Tangente die Gerade CD hat. Die letztere bildet mit MN den Winkel z = Zenithdistanz und mit der verlängerten AB den Winkel ϑ = Refraction. Wir verbinden nun B und C geradlinig miteinander und setzen

$$\sphericalangle A B N'_1 = \alpha,$$
$$\sphericalangle M B C = \beta,$$
$$\sphericalangle B C N = \beta'.$$

Schliesslich ist noch durch M eine Parallele zu AB gegezogen und es sind von B und C darauf die Lote

$$B T = R \sin \alpha$$

und

$$C U = \varrho \sin (z + \vartheta)$$

gefällt.

Wir betrachten jetzt ein in Richtung $AB \parallel A'B'$ parallelstrahlig einfallendes sehr dünnes Lichtbündel. Die Hauptebene sei die Papierebene. Ein zweiter Strahl des Bündels

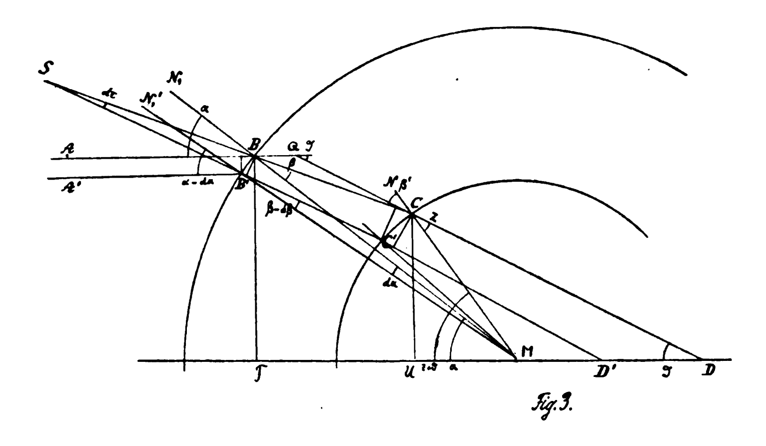


Fig. 3.

im Hauptschnitt lege den Weg $A'B'$ geradlinig, dann gekrümmt den Weg $B'D'$ zurück. $C'D'$ sei Tangente an die Lichtcurve im Punkte C'. Wir verbinden $B'C'$ geradlinig und man verlängert $B'C'$, bis sie die verlängerte Strecke BC in S schneidet. Der hypothetische Punkt S entspricht einem virtuellen Vereinigungspunkt.

Wir stellen jetzt folgende Punkte fest:

a) Die Strecke $BS = b$ ist gegeben durch den Ausdruck

$$b = R \cos \beta \frac{d\alpha}{d\beta - d\alpha}, \tag{1a}$$

wie auf folgende Weise gezeigt werden kann.

Da die beiden Parallelen AB und $A'B'$ mit den Richtungen MN_1 und MN_1' die Winkel α und $\alpha - d\alpha$ bilden, so bilden die beiden letzteren Richtungen miteinander den Winkel $d\alpha$, sodass man also hat: $\sphericalangle BMB' = d\alpha$

Da ferner die beiden letztgenannten Richtungen MN_1 und MN_1' mit den Richtungen SBC und $SB'C'$ die Winkel β und $\beta - d\beta$ bilden, so hat man auch $\sphericalangle BSB' = d\tau = d\beta - d\alpha$. Das Bogenelement BB' kann man nun einmal aus dem Dreieck BSB', das andere Mal aus dem gleichschenkligen Dreieck MBB' ausdrücken und erhält durch Gleichsetzung:

$$\frac{b\,d\tau}{\cos\beta} = R\,d\alpha,$$

woraus der Wert (1 a) folgt.

b) Der Flächeninhalt der kleinen Ellipse, in welcher das einfallende Bündel die Atmosphäre schneidet, kann proportional gesetzt werden dem Product der beiden kleinen Strecken BB' und einer auf BB' und der Papierebene senkrecht stehenden zweiten kleinen Strecke, die wir als „kleinen Durchmesser“ der Ellipse bezeichnen wollen. Dieser kleine Durchmesser ist proportional der Strecke $BT = R\sin\alpha$, was man aus einer kleinen Drehung der Figur um die Axe MT erkennt. Analog hat die Ellipse, in welcher das betrachtete Bündel die Erdoberfläche schneidet, die grosse Axe CC' und als kleine Axe eine Strecke, die dem Lote $CU = \varrho\sin(z + \vartheta)$ proportional ist. Betrachten wir an der Stelle B verschieden geneigte Schnitte unseres Bündels, die aber immer senkrecht auf der Papierebene stehen sollen, so sind demnach die kleinen Axen derselben immer constant, während die grossen Axen ihrer Neigung entsprechend verändert werden. Einer in der geometrischen Optik ganz gewöhnlichen Auffassungsweise zufolge gehen durch die Endpunkte der kleinen Axe die beiden das Bündel seitlich begrenzenden sogenannten Sagittalstrahlen. Wegen des symmetrischen Verlaufes dieser beiden Strahlen müssen sie sich im Punkte D (bez. D') auf der Geraden UM nach der Brechung schneiden.

c) Nennt man bei B die ursprüngliche grosse Axe $BB' = v$, bei C entsprechend v' und legt man bei B und C Schnitte

senkrecht zur Richtung BC, nennt die neuen grossen Axen u und u', so ist:

$$u = v \cos \beta,$$
$$u' = v' \cos \beta'.$$

Legt man dann durch B einen Schnitt senkrecht zur Einfallsrichtung AB, und durch C einen senkrecht zu CD, d. h. also senkrecht zur Visionsrichtung eines Beobachters in C, und nennt die grossen Axen dieser Schnitte w und w', so ist:

$$w = v \cos \alpha,$$
$$w' = v' \cos z.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta'}{\cos z \cdot \cos \beta} = \frac{w}{w'} \cdot \frac{u'}{u}.$$

Aus der Fig. 3 ersieht man nun, dass infolge ähnlicher Dreiecke ist:

$$\frac{u'}{u} = \frac{CS}{BS}.$$

Nennt man $BC = e$, so hat man also:

$$\frac{u'}{u} = \frac{e + b}{b}.$$

Also ist:

$$\frac{w'}{w} = \left(1 + \frac{e}{b}\right) \cdot \frac{\cos z \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta'}.$$

Nennen wir also q und q_z die Schnitte des Lichtbündels beim Ein- und Austritt der Atmosphäre, und zwar senkrecht zur Lichtbewegung in diesen Punkten, so sind w und w' die in der Meridionalebene liegenden grossen Axen dieser als elliptisch angenommenen Schnitte. Um das Verhältnis der Querschnitte in diesen beiden Punkten zu erhalten, d. h. in B und in C, muss man das Verhältnis w'/w multipliciren mit dem Verhältnis der kleinen Axen dieser Schnitte, die sich im sagittalen Teile des Bündels befinden. Dieses letztere Verhältnis ist aber, wie eben ausgeführt, durch den Quotienten $\sin(z + \vartheta)/\sin \alpha$ ausgedrückt, sodass man erhält:

$$\text{(I)} \qquad \frac{q_z}{q} = \frac{\varrho}{R}\left(1 + \frac{e}{b}\right) \frac{\sin(z + \vartheta) \cos z \cos \beta}{\sin \alpha \cos \alpha \cos \beta'}.$$

Unsere Aufgabe ist jetzt, den Ausdruck q_z/q durch die Grössen z und ϑ auszudrücken.

Aus dem Dreieck BCM folgt:

$$e = \varrho \frac{\sin(\beta' - \beta)}{\sin\beta}, \tag{1}$$

$$\varrho \sin\beta' = R \sin\beta. \tag{2}$$

Nach dem Grundgesetz der Refractionstheorie ist ferner, wie in der Einleitung erwähnt:

$$\sin\alpha = \frac{\varrho}{R}\mu_0 \sin z, \tag{3}$$

wo μ_0 der Brechungsexponent im Punkte C ist.

Aus der Fig. 3 erhält man schliesslich noch leicht:

$$\beta' - \beta = \vartheta + z - \alpha, \tag{4}$$

Durch Differentiation von (2), (3) und (4) folgt ferner:

$$\varrho \cos\beta' \alpha \beta' = R \cos\beta \alpha \beta, \tag{5}$$

$$\cos\alpha \, d\alpha = \frac{\varrho}{R} \cdot \mu_0 \cos z \, dz, \tag{6}$$

$$d\beta' - d\beta = d\vartheta + dz - d\alpha. \tag{7}$$

Diese sieben Gleichungen müssen zur Reduction des Ausdruckes (I) benutzt werden. Dies kann auf folgende Weise geschehen.

Aus b in (7) folgt:

$$d\beta' - d\beta = d\vartheta + dz \, . \left(1 - \frac{\varrho}{R}\mu_0 \frac{\cos z}{\cos\alpha}\right).$$

Eliminirt man hieraus mittels (5) die Grösse $d\beta'$, so wird, wenn man die nachstehende Gleichung noch durch Gleichung (6) dividirt:

$$\frac{\left(\frac{R}{\varrho}\frac{\cos\beta}{\cos\beta'} - 1\right)\frac{d\beta}{d\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{d\vartheta + dz \, . \left(1 - \frac{\varrho}{R}\mu_0 \frac{\cos z}{\cos\alpha}\right)}{\frac{\varrho}{R}\mu_0 \cos z \, dz}. \tag{8}$$

Wir setzen nun vorübergehend:

$$\frac{R}{\varrho}\frac{\cos\beta}{\cos\beta'} - 1 = \frac{\sin\beta'}{\sin\beta} \cdot \frac{\cos\beta}{\cos\beta'} - 1 = \frac{\sin(\beta' - \beta)}{\sin\beta \, . \cos\beta'} = q_0. \tag{9}$$

$$\frac{\sin(\beta' - \beta)}{\sin\beta' \cos\beta} = p, \tag{10}$$

$$1 - \frac{\varrho}{R}\mu_0 \frac{\cos z}{\cos\alpha} = 1 - \frac{\sin\alpha \cos z}{\sin z \cos\alpha} = \frac{\sin(z - \alpha)}{\sin z \cos\alpha} = r. \tag{11}$$

Ferner ist:

$$\frac{e}{b} = \frac{\varrho \sin(\beta' - \beta)}{\sin \beta} \cdot \frac{(d\beta - d\alpha)}{R \cos \beta \, d\alpha},$$

wenn man den oben angegebenen Wert für

$$b = \frac{R \cos \beta \, d\alpha}{d\beta - d\alpha}$$

einführt.

Nach Gleichung (2) ist dann unter Berücksichtigung von (10):

$$(12) \qquad \frac{e}{b} = \frac{\sin(\beta' - \beta)}{\sin \beta' . \cos \beta} \left(\frac{d\beta}{d\alpha} - 1\right) = p . \left(\frac{d\beta}{d\alpha} - 1\right).$$

Mittels Gleichung (9) und (11) kann man Gleichung (8) nun schreiben:

$$(13) \qquad q_0 \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{\frac{d\vartheta}{dz} + r}{1 - r}.$$

Unter Berücksichtigung dieser Gleichung wird (12):

$$\frac{e}{b} = p . \left(\frac{\frac{d\vartheta}{dz} + r}{q_0 . (1 - r)} - 1\right) = p \frac{\left(\frac{d\vartheta}{dz} + r - q_0 + q_0 r\right)}{q_0 . (1 - r)}$$

und

$$1 + \frac{e}{b} = \frac{p \frac{d\vartheta}{\partial z} + p r - p q_0 + p q_0 r + q_0 - q_0 r}{q_0 . (1 - r)}.$$

Dividirt man diese Gleichung durch $p . q . r$, so wird:

$$\left(1 + \frac{e}{b}\right) \cdot \frac{(1 - r)}{p . r} = \frac{1}{q_0 r} \cdot \frac{d\vartheta}{dz} + \frac{1}{q_0} - \frac{1}{r} + 1 + \frac{1}{p r} - \frac{1}{p}.$$

Beachtet man nun, dass zwischen p und q_0 die identische Gleichung

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q_0} = 1$$

besteht, so wird der letztere Ausdruck:

$$\left(1 + \frac{e}{b}\right) \frac{1 - r}{p} = \frac{1}{q_0} \frac{d\vartheta}{dz} - 1 + \frac{1}{p} = \frac{1}{q_0} \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dz} + 1\right),$$

also ist:

$$\left(1 + \frac{e}{b}\right) = \frac{p}{q_0 . (1 - r)} \cdot \left(1 + \frac{d\vartheta}{dz}\right)$$

und mit Berücksichtigung von (9), (10), (11) und (2):

$$(14) \qquad 1+\frac{e}{b}=\frac{\cos\alpha\,.\cos\beta'}{\cos\beta\,.\,\mu_0\cos z}\cdot\left(1+\frac{d\,\vartheta}{d\,z}\right).$$

Setzt man diesen Ausdruck ein in den Ausdruck (I) für q_z/q, so wird

$$\frac{q_z}{q}=\frac{\varrho\,.\sin(z+\vartheta)}{R\,.\sin\alpha\,.\,\mu_0}\cdot\left(1+\frac{d\,\vartheta}{d\,z}\right)$$

und zufolge Gleichung (3):

$$\frac{q_z}{q}=\frac{\sin(z+\vartheta)}{\mu_0^2\sin z}\cdot\left(1+\frac{d\,\vartheta}{d\,z}\right).$$

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Jahrg. 2. **Nr. 17.**

Verhandlungen
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Sitzung vom 14. December 1900.

Vorsitzender: Zuerst Hr. E. WARBURG, dann Hr. O. LUMMER.

Der Vorsitzende macht der Gesellschaft davon Mitteilung, dass sie in letzter Zeit zwei langjährige auswärtige Mitglieder durch den Tod verloren hat:

Anton Oberbeck,

Professor der Physik an der Universität in Tübingen

und

Eduard Ketteler,

Professor der Physik an der Akademie in Münster.

Die Anwesenden erheben sich zu ehrendem Gedächtnis der Verstorbenen.

Hr. **M. Planck** spricht zuerst

über das sogenannte WIEN'sche Paradoxon

und darauf

zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum.

Hr. **H. Diesselhorst** berichtet dann

über die bisherigen Bestimmungen der Wärmeleitung.

Als Mitglieder werden in die Gesellschaft aufgenommen:

Hr. Dr. E. Grüneisen, Charlottenburg, Kantstr. 148,

Hr. Dr. Fr. Dolezalek, Charlottenburg, Cauerstr. 34,

Hr. Dr. F. Bidlingmaier, Potsdam, Meteorologisch-magnet. Observatorium.

Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum; von M. Planck.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 14. December 1900.)

(Vgl. oben S. 235.)

M. H.! Als ich vor mehreren Wochen die Ehre hatte, Ihre Aufmerksamkeit auf eine neue Formel zu lenken, welche mir geeignet schien, das Gesetz der Verteilung der strahlenden Energie auf alle Gebiete des Normalspectrums auszudrücken[1]), gründete sich meine Ansicht von der Brauchbarkeit der Formel, wie ich schon damals ausführte, nicht allein auf die anscheinend gute Uebereinstimmung der wenigen Zahlen, die ich Ihnen damals mitteilen konnte, mit den bisherigen Messungsresultaten[2]), sondern hauptsächlich auf den einfachen Bau der Formel und insbesondere darauf, dass dieselbe für die Abhängigkeit der Entropie eines bestrahlten monochromatisch schwingenden Resonators von seiner Schwingungsenergie einen sehr einfachen logarithmischen Ausdruck ergiebt, welcher die Möglichkeit einer allgemeinen Deutung jedenfalls eher zu versprechen schien, als jede andere bisher in Vorschlag gebrachte Formel, abgesehen von der Wien'schen, die aber durch die Thatsachen nicht bestätigt wird.

Entropie bedingt Unordnung, und diese Unordnung glaubte ich erblicken zu müssen in der Unregelmässigkeit, mit der auch im vollkommen stationären Strahlungsfelde die Schwingungen des Resonators ihre Amplitude und ihre Phase wechseln, sofern man Zeitepochen betrachtet, die gross sind gegen die Zeit einer Schwingung, aber klein gegen die Zeit einer Messung. Die constante Energie des stationär schwingenden Resonators

---

1) M. Planck, Verhandl. der Deutschen Physikal. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

2) Inzwischen haben die Herren H. Rubens und F. Kurlbaum (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin vom 25. October 1900, p. 929) für sehr lange Wellen eine directe Bestätigung gegeben.

ist danach nur als ein zeitlicher Mittelwert aufzufassen, oder, was auf dasselbe hinauskommt, als der augenblickliche Mittelwert der Energien einer grossen Anzahl von gleichbeschaffenen Resonatoren, die sich im nämlichen stationären Strahlungsfelde weit genug entfernt voneinander befinden, um sich nicht gegenseitig direct zu beeinflussen. Da somit die Entropie eines Resonators durch die Art der gleichzeitigen Energieverteilung auf viele Resonatoren bedingt ist, so vermutete ich, dass sich diese Grösse durch Einführung von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen, deren Bedeutung für den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik Hr. L. BOLTZMANN[1]) zuerst aufgedeckt hat, in die elektromagnetische Theorie der Strahlung würde berechnen lassen müssen. Diese Vermutung hat sich bestätigt; es ist mir möglich geworden, einen Ausdruck für die Entropie eines monochromatisch schwingenden Resonators, und somit auch für die Verteilung der Energie im stationären Strahlungszustand, d. h. im Normalspectrum, auf deductivem Wege zu ermitteln, wobei es nur nötig wird, der von mir in die elektromagnetische Theorie eingeführten Hypothese der „natürlichen Strahlung" eine etwas weitergehende Fassung zu geben als bisher. Ausserdem aber haben sich hierbei noch andere Beziehungen ergeben, die mir für weitere Gebiete der Physik und auch der Chemie von erheblicher Tragweite zu sein scheinen.

Indessen liegt mir heute nicht sowohl daran, jene Deduction, welche sich auf die Gesetze der elektromagnetischen Strahlung, der Thermodynamik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung stützt, hier systematisch in allen Einzelheiten durchzuführen, als vielmehr daran, Ihnen den eigentlichen Kernpunkt der ganzen Theorie möglichst übersichtlich darzulegen, und dies kann wohl am besten dadurch geschehen, dass ich Ihnen hier ein neues, ganz elementares Verfahren beschreibe, durch welches man, ohne von einer Spectralformel oder auch von irgend einer Theorie etwas zu wissen, mit Hülfe einer einzigen Naturconstanten die Verteilung einer gegebenen Energiemenge auf die einzelnen Farben des Normalspectrums, und dann mittels einer zweiten Naturconstanten auch die Temperatur dieser

---

1) L. BOLTZMANN, namentlich Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (II) 76. p. 373. 1877.

Energiestrahlung zahlenmässig berechnen kann. Es wird Ihnen bei dem anzugebenden Verfahren manches willkürlich und umständlich erscheinen, aber ich lege hier, wie gesagt, nicht Wert auf den Nachweis der Notwendigkeit und der leichten praktischen Ausführbarkeit, sondern nur auf die Klarheit und Eindeutigkeit der gegebenen Vorschriften zur Lösung der Aufgabe.

In einem von spiegelnden Wänden umschlossenen diathermanen Medium mit der Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit c befinden sich in gehörigen Abständen voneinander eine grosse Anzahl von linearen monochromatisch schwingenden Resonatoren, und zwar N mit der Schwingungszahl ν (pro Secunde), N' mit der Schwingungszahl ν', N'' mit der Schwingungszahl ν'' etc., wobei alle N grosse Zahlen sind. Das System enthalte eine gegebene Menge Energie: die Totalenergie E_t, in erg, die teils in dem Medium als fortschreitende Strahlung, teils in den Resonatoren als Schwingung derselben auftritt. Die Frage ist, wie sich im stationären Zustand diese Energie auf die Schwingungen der Resonatoren und auf die einzelnen Farben der in dem Medium befindlichen Strahlung verteilt und welche Temperatur dann das ganze System besitzt.

Zur Beantwortung dieser Frage fassen wir zuerst nur die Schwingungen der Resonatoren ins Auge, und erteilen ihnen versuchsweise bestimmte willkürliche Energien, nämlich den N Resonatoren ν etwa die Energie E, den N' Resonatoren ν' die Energie E' etc. Natürlich muss die Summe:

$$E + E' + E'' + \ldots = E_0$$

kleiner sein als E_t. Der Rest $E_t - E_0$ entfällt dann auf die im Medium befindliche Strahlung. Nun ist noch die Verteilung der Energie auf die einzelnen Resonatoren innerhalb jeder Gattung vorzunehmen, zuerst die Verteilung der Energie E auf die N Resonatoren mit der Schwingungszahl ν. Wenn E als unbeschränkt teilbare Grösse angesehen wird, ist die Verteilung auf unendlich viele Arten möglich. Wir betrachten aber — und dies ist der wesentlichste Punkt der ganzen Berechnung — E als zusammengesetzt aus einer ganz bestimmten Anzahl endlicher gleicher Teile und bedienen uns dazu der Naturconstanten $h = 6{,}55 \,.\, 10^{-27}$ [erg $\times$ sec]. Diese Constante

mit der gemeinsamen Schwingungszahl ν der Resonatoren multiplicirt ergiebt das Energieelement ε in erg, und durch Division von E durch ε erhalten wir die Anzahl P der Energieelemente, welche unter die N Resonatoren zu verteilen sind. Wenn der so berechnete Quotient keine ganze Zahl ist, so nehme man für P eine in der Nähe gelegene ganze Zahl.

Nun ist einleuchtend, dass die Verteilung der P Energieelemente auf die N Resonatoren nur auf eine endliche ganz bestimmte Anzahl von Arten erfolgen kann. Jede solche Art der Verteilung nennen wir nach einem von Hrn. Boltzmann für einen ähnlichen Begriff gebrauchten Ausdruck eine „Complexion". Bezeichnet man die Resonatoren mit den Ziffern 1, 2, 3 ... bis N, schreibt diese der Reihe nach nebeneinander, und setzt unter jeden Resonator die Anzahl der auf ihn entfallenden Energieelemente, so erhält man für jede Complexion ein Symbol von folgender Form:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	38	11	0	9	2	20	4	4	5

Hier ist $N = 10$, $P = 100$ angenommen. Die Anzahl aller möglichen Complexionen ist offenbar gleich der Anzahl aller möglichen Ziffernbilder, die man auf diese Weise, bei bestimmtem N und P, für die untere Reihe erhalten kann. Um jedes Missverständnis auszuschliessen, sei noch bemerkt, dass zwei Complexionen als verschieden anzusehen sind, wenn die entsprechenden Ziffernbilder dieselben Ziffern, aber in verschiedener Anordnung, enthalten. Aus der Combinationslehre ergiebt sich die Anzahl aller möglichen Complexionen zu

$$\frac{N\,.\,(N+1)\,.\,(N+2)\ldots(N+P-1)}{1\,.\quad 2\quad .\quad 3\quad \ldots\quad P} = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!\;P!}$$

und mit genügender Annäherung

$$= \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N\,P^P}.$$

Dieselbe Rechnung führen wir bei den Resonatoren der übrigen Gattungen aus, indem wir für jede Resonatorgattung die Anzahl der bei der für sie angenommenen Energie möglichen Complexionen bestimmen. Die Multiplication aller so erhaltenen Zahlen ergiebt dann die Gesamtzahl $\mathfrak{R}$ der bei der ver-

suchsweise vorgenommenen Energieverteilung in allen Resonatoren zusammengenommen möglichen Complexionen.

So entspricht auch jeder anderen willkürlich vorgenommenen Energieverteilung E, E', E'', ... eine in der angegebenen Weise zu bestimmende Zahl $\mathfrak{R}$ von möglichen Complexionen. Unter allen Energieverteilungen nun, welche bei constant gehaltenem $E_0 = E + E' + E'' + \ldots$ möglich sind, giebt es eine einzige ganz bestimmte, für welche die Zahl der möglichen Complexionen $\mathfrak{R}_0$ grösser ist als für jede andere; diese Energieverteilung suchen wir auf, eventuell durch Probiren; denn sie ist gerade diejenige, welche die Resonatoren im stationären Strahlungsfelde annehmen, wenn sie insgesamt die Energie E_0 besitzen. Dann lassen sich alle Grössen E, E', E'' ... durch die eine Grösse E_0 ausdrücken. Durch Division von E durch N, von E' durch N' etc. erhält man dann den stationären Wert der Energie U_ν, $U_{\nu'}'$, $U_{\nu''}''$ ... eines einzelnen Resonators einer jeden Gattung, und daraus auch die räumliche Dichtigkeit der dem Spectralbezirk ν bis $\nu + d\nu$ angehörenden strahlenden Energie im diathermanen Medium:

$$u_\nu \, d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot U_\nu \, d\nu,$$

wodurch auch die in dem Medium enthaltene Energie bestimmt ist.

Von allen angeführten Grössen erscheint jetzt nur noch E_0 als willkürlich gewählt. Man sieht aber leicht, wie auch noch E_0 aus der gegebenen totalen Energie E_t zu berechnen ist. Denn wenn der gewählte Wert von E_0 etwa einen zu grossen Wert von E_t ergeben sollte, so ist er entsprechend zu verkleinern, und umgekehrt.

Nachdem so die stationäre Energieverteilung mit Hülfe der einen Constante h ermittelt ist, findet man die entsprechende Temperatur ϑ in Celsiusgraden mittels einer zweiten Naturconstanten $k = 1{,}346 \cdot 10^{-16}$ [erg:grad] durch die Gleichung:

$$\frac{1}{\vartheta} = k \frac{d \log \mathfrak{R}_0}{d E_0}.$$

Das Product $k \log \mathfrak{R}_0$ ist die Entropie des Systems der Resonatoren; sie ist die Summe der Entropien aller einzelnen Resonatoren.

Es würde nun freilich sehr umständlich sein, die angegebenen Rechnungen wirklich auszuführen, obwohl es gewiss nicht ohne Interesse wäre, an einem einfachen Fall einmal den so zu erreichenden Grad von Annäherung an die Wahrheit zu prüfen. Viel directer zeigt eine allgemeinere, genau an der Hand der gegebenen Vorschriften ausgeführte durchaus mühelose Rechnung, dass die auf solche Weise bestimmte normale Energieverteilung im durchstrahlten Medium dargestellt wird durch den Ausdruck:

$$u_\nu\, d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{d\nu}{e^{\frac{h\nu}{k\vartheta}} - 1},$$

welcher genau der von mir früher angegebenen Spectralformel entspricht:

$$E_\lambda\, d\lambda = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda\vartheta}} - 1} \cdot d\lambda .$$

Die formalen Abweichungen sind bedingt durch die Unterschiede in der Definition von u_ν und E_λ. Die obere Formel ist insofern etwas allgemeiner, als sie für ein ganz beliebiges diathermanes Medium mit der Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit c gilt. Die mitgeteilten Zahlenwerte von h und k habe ich aus dieser Formel nach den Messungen von F. Kurlbaum[1]) und von O. Lummer und E. Pringsheim[2]) berechnet.

Ich wende mich noch mit einigen kurzen Bemerkungen zu der Frage nach der Notwendigkeit der angegebenen Deduction. Dass das für eine Resonatorgattung angenommene Energieelement ε proportional sein muss der Schwingungszahl ν, lässt sich unmittelbar aus dem höchst wichtigen Wien'schen sogenannten Verschiebungsgesetz folgern. Die Beziehung zwischen u und U ist eine der Grundgleichungen der elektromagnetischen Strahlungstheorie. Im übrigen basirt die ganze Deduction auf dem einen Satz, dass die Entropie eines Systems von Resonatoren mit gegebener Energie proportional ist dem Logarithmus der Gesamtzahl der bei dieser

1) F. Kurlbaum, Wied. Ann. **65**. p. 759. 1898 ($S_{100} - S_0 =$ 0,0731 Watt : cm²).

2) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **2**. p. 176. 1900 ($\lambda_m \vartheta = 2940\, \mu \times$ grad).

Energie möglichen Complexionen, und dieser Satz lässt sich seinerseits zerlegen in zwei andere: 1. dass die Entropie des Systems in einem bestimmten Zustand proportional ist dem Logarithmus der Wahrscheinlichkeit dieses Zustandes, und 2. dass die Wahrscheinlichkeit eines jeden Zustandes proportional ist der Anzahl der ihm entsprechenden Complexionen, oder mit anderen Worten, dass irgend eine bestimmte Complexion ebenso wahrscheinlich ist als irgend eine andere bestimmte Complexion. Der 1. Satz kommt, auf Strahlungsvorgänge angewandt, wohl nur auf eine Definition der Wahrscheinlichkeit eines Zustandes hinaus, insofern man bei der Energiestrahlung von vornherein gar kein anderes Mittel besitzt, um die Wahrscheinlichkeit zu definiren, als eben die Bestimmung der Entropie. Hier liegt einer der Unterschiede gegenüber den entsprechenden Verhältnissen in der kinetischen Gastheorie. Der 2. Satz bildet den Kernpunkt der ganzen vorliegenden Theorie; sein Beweis kann in letzter Linie nur durch die Erfahrung geliefert werden. Er lässt sich auch als eine nähere Präcisirung der von mir eingeführten Hypothese der natürlichen Strahlung auffassen, die ich bisher nur in der Form ausgesprochen habe, dass die Energie der Strahlung sich vollkommen „unregelmässig“ auf die einzelnen in ihr enthaltenen Partialschwingungen verteilt.[1]) Ich beabsichtige die hier nur angedeuteten Ueberlegungen nächstens an anderer Stelle ausführlich mit allen Rechnungen mitzuteilen, zugleich mit einem Rückblick auf die bisherige Entwicklung der Theorie.

---

1) M. Planck, Ann. d. Phys. 1. p. 73. 1900. Wenn Hr. W. Wien in seinem Pariser Rapport (II, p. 38, 1900) über die theoretischen Gesetze der Strahlung meine Theorie der irreversibeln Strahlungsvorgänge deshalb nicht befriedigend findet, weil sie nicht den Nachweis erbringe, dass die Hypothese der natürlichen Strahlung die einzige ist, welche zur Irreversibilität führt, so verlangt er nach meiner Meinung von dieser Hypothese doch wohl etwas zu viel. Denn wenn man die Hypothese beweisen könnte, so wäre es eben keine Hypothese mehr, und man brauchte eine solche überhaupt gar nicht erst aufzustellen. Dann würde man aber auch nichts wesentlich Neues aus ihr ableiten können. Von demselben Standpunkt aus müsste doch wohl auch die kinetische Gastheorie als unbefriedigend erklärt werden, weil der Nachweis noch nicht erbracht ist, dass die atomistische Hypothese die einzige ist. welche die Irreversibilität erklärt, und ein entsprechender Vorwurf dürfte mehr oder minder alle nur auf inductivem Wege gewonnenen Theorien treffen.

Zum Schluss möchte ich noch auf eine wichtige Consequenz der entwickelten Theorie hinweisen, die zugleich eine weitere Prüfung ihrer Zulässigkeit ermöglicht. Hr. BOLTZMANN[1]) hat gezeigt, dass die Entropie eines im Gleichgewicht befindlichen einatomigen Gases gleich ist $\omega R \log \mathfrak{P}_0$, wobei $\mathfrak{P}_0$ die Anzahl der bei der wahrscheinlichsten Geschwindigkeitsverteilung möglichen Complexionen (die „Permutabilität"), R die bekannte Gasconstante ($8{,}31 . 10^7$ für $O = 16$), ω das für alle Substanzen gleiche Verhältnis der Masse eines wirklichen Molecüles zur Masse eines g-Molecüles darstellt. Sind nun in dem Gase auch strahlende Resonatoren vorhanden, so ist nach der hier entwickelten Theorie die Entropie des ganzen Systems proportional dem Logarithmus der Zahl aller möglicher Complexionen, Geschwindigkeiten und Strahlung zusammengenommen. Da aber nach der elektromagnetischen Theorie der Strahlung die Geschwindigkeiten der Atome vollkommen unabhängig sind von der Verteilung der strahlenden Energie, so ist die Gesamtzahl der Complexionen einfach gleich dem Producte der auf die Geschwindigkeiten und der auf die Strahlung bezüglichen Zahlen, mithin die Gesamtentropie, wenn f einen Proportionalitätsfactor bedeutet:

$$f \log (\mathfrak{P}_0 \mathfrak{R}_0) = f \log \mathfrak{P}_0 + f \log \mathfrak{R}_0 .$$

Der erste Summand ist die kinetische, der zweite die Strahlungsentropie. Durch Vergleichung mit den vorigen Ausdrücken erhält man hieraus:

$$f = \omega R = k ,$$

oder

$$\omega = \frac{k}{R} = 1{,}62 . 10^{-24} ,$$

d. h. ein wirkliches Molecül ist das $1{,}62 . 10^{-24}$ fache eines g-Molecüles, oder: ein Wasserstoffatom wiegt $1{,}64 . 10^{-24}$ g, da $H = 1{,}01$, oder: auf ein g-Molecül eines jeden Stoffes gehen $1/\omega = 6{,}175 . 10^{23}$ wirkliche Molecüle. Hr. O. E. MEYER[2]) berechnet diese Zahl auf $640 . 10^{21}$, also nahe übereinstimmend.

---

1) L. BOLTZMANN, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (II) **76.** p. 428. 1877.

2) O. E. MEYER, Die kinetische Theorie der Gase, 2. Aufl. p. 337. 1899.

Die LOSCHMIDT'sche Constante $\mathfrak{N}$, d. h. die Anzahl Gasmolecüle in 1 ccm bei 0° C. und 1 Atm. Druck ist:

$$\mathfrak{N} = \frac{1013200}{R \,.\, 273 \,.\, \omega} = 2{,}76 \,.\, 10^{19}.$$

Hr. DRUDE[1]) findet $\mathfrak{N} = 2{,}1 \,.\, 10^{19}$.

Die BOLTZMANN-DRUDE'sche Constante α, d. h. die mittlere lebendige Kraft eines Atomes bei der absoluten Temperatur 1 ist:

$$\alpha = \tfrac{3}{2}\,\omega\, R = \tfrac{3}{2}\,k = 2{,}02 \,.\, 10^{-16}.$$

Hr. DRUDE[2]) findet $\alpha = 2{,}65 \,.\, 10^{-16}$.

Das Elementarquantum der Elektricität e, d. h. die elektrische Ladung eines positiven einwertigen Ions oder Elektrons ist, wenn ε die bekannte Ladung eines einwertigen g-Ions bedeutet:

$$e = \varepsilon\,\omega = 4{,}69 \,.\, 10^{-10} \text{ elektrostatisch.}$$

Hr. F. RICHARZ[3]) findet $1{,}29 \,.\, 10^{-10}$, Hr. J. J. THOMSON[4]) neuerdings $6{,}5 \,.\, 10^{-10}$.

Alle diese Beziehungen beanspruchen, wenn die Theorie überhaupt richtig ist, nicht annähernde, sondern absolute Gültigkeit. Daher fällt die Genauigkeit der berechneten Zahlen wesentlich mit derjenigen der relativ unsichersten, der Strahlungsconstanten k, zusammen, und übertrifft somit bei weitem alle bisherigen Bestimmungen dieser Grössen. Ihre Prüfung durch directere Methoden wird eine ebenso wichtige wie notwendige Aufgabe der weiteren Forschung sein.

---

1) P. DRUDE, Ann. d. Phys. **1.** p. 578. 1900.

2) l. c.

3) F. RICHARZ, Wied. Ann. **52.** p. 397. 1894.

4) J. J. THOMSON, Phil. Mag. (5) **46.** p. 528. 1898.

Eine Bemerkung zur Wirkung der Sprengel'schen Quecksilberluftpumpe;
von H. Boas.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 16. November 1900.)

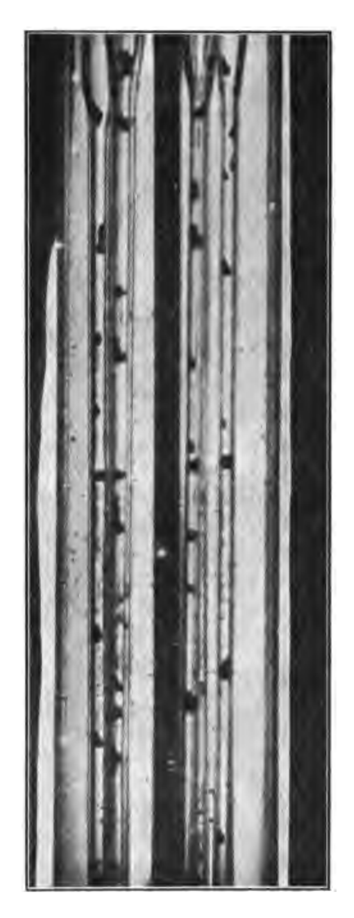
(Vgl. oben S. 211.)

Beobachtet man eine SPRENGEL'sche Fallrohrpumpe während des Betriebes, so sieht man bei höherem Gasdruck das Quecksilber in einzelnen Kolben in das Fallrohr eintreten und sich gleich einer intermittirenden Säule nach abwärts bewegen. Mit zunehmender Verdünnung werden die Gassäulen, welche das Quecksilber trennen, immer kürzer, bis endlich nach Erreichung eines gewissen Verdünnungsgrades das Quecksilber ähnlich einem ununterbrochenen Strahl in das Fallrohr hineinstürzt. Eine Kolbenbildung ist absolut nicht mehr wahrnehmbar, während doch die Entleerung ruhig weiter fortschreitet. Die Ansichten über den Grund der Pumpenwirkung in diesem Stadium waren verschieden.

Einesteils nahm man an, dass der Quecksilberstrahl die Gase nun mechanisch mit sich fortrisse, anderenteils, und der letzteren Ansicht neigte der Verfasser stets zu, nahm man an, dass trotzdem eine vollkommene Kolbenbildung einträte, die infolge der Schnelligkeit der Bewegung vom Auge nicht mehr wahrgenommen werden konnte. War die erste Ansicht richtig, so musste es immerhin befremdlich erscheinen, dass mit der Pumpe so hohe Verdünnungsgrade erreicht werden können, sie hatte den Nachteil, dass sie weder für eine zweckmässige Construction der Pumpe noch für die rechnerische Feststellung ihres Wirkungsgrades irgend einen brauchbaren Anhalt bot, sie fusste lediglich auf dem Eindruck des Auges.

Die zweite Ansicht hatte zwar die Beobachtung gegen sich, dafür aber neben praktischen Vorteilen den Vorzug einer

zwanglosen Erklärung der Pumpenwirkung. Berechnet man nach den Fallgesetzen die Geschwindigkeit, die ein Quecksilbertropfen in dem Augenblick hat, wo er in die enge Fallröhre eintritt, so gelangt man zu Werten, die eine Wahrnehmung des wahren Vorganges als ausgeschlossen erscheinen lassen. Bei einem zum Versuch herangezogenen Modell betrug jene Geschwindigkeit z. B. 1,97 Meter pro Secunde. Allein die Feststellung des wahren Vorganges hat sowohl ein wissenschaftliches, als auch praktisches Interesse und es ist zu verwundern, dass trotz der vielseitigen Anwendung der Pumpe niemand die Frage experimentell zu beantworten versuchte. Beim Lichte des Funkens einer Leydener Flasche sieht man auch bei höchstem Vacuum in den Fallrohren das Quecksilber in einzelnen Kolben mit dazwischen liegenden Gasräumen in den Fallrohren. Diese Beobachtung habe ich nun photographisch fixirt und damit die Frage zu Gunsten der zweitgenannten Ansicht entschieden. Die Aufnahme ist an einer sechsrohrigen Pumpe ausgeführt und zwar im Maassstabe 1 : 2. Die Fallrohre haben eine lichte Weite von 3—4 Millimeter. Zur Zeit der Aufnahme herrschte in der Pumpe das erreichbar höchste Vacuum, so hoch, dass an einem angeschmolzenen Entladungsrohr die Funken aussen herumschlugen. Die Aufnahme wurde derart vorgenommen, dass hinter die Pumpe ein Schirm aus Pausleinwand gestellt wurde. Dieser Schirm wurde durch vier in Reihe geschaltete Funkenstrecken beleuchtet und gab über die ganze Länge der Fallrohre ein einiger-



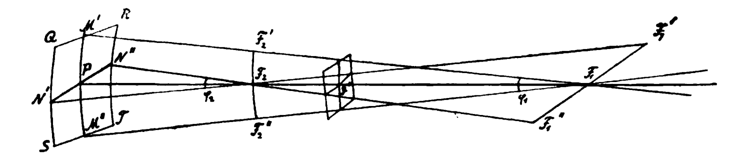
maassen gleichmässiges Licht. Die Funkenstrecken waren in den Kreis einer Leydener Flaschenbatterie geschaltet, die unter Zwischenschaltung einer Funkenstrecke mittels eines Inductors mit Gleichstrom allmählich geladen wurden. Da die Aufnahme mit weiter Objectivöffnung vorgenommen werden musste, so erscheinen nicht alle Fallrohre gleichmässig scharf, allein man sieht an einzelnen doch deutlich die im Rohre stehenden Quecksilberkolben.

Ueber eine Eigenschaft eines Systems von Wellennormalen; von A. Gleichen.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 16. Februar 1900.)

(Vgl. oben S. 41.)

In der nachstehenden Figur ist ein sogenanntes astigmatisches Strahlenbündel dargestellt, d. h. die allgemeinste Deformation eines gewöhnlichen „Kegelbündels“, wie sie durch Reflexion und Brechung im allgemeinen hervorgebracht wird. Unter „Kegelbündel“ verstehen wir hier ein unendlich dünnes Strahlensystem, dessen einzelne Strahlen sämtlich durch denselben Punkt gehen. PF ist die Axe des Bündels, F_1 und F_2 ist der erste und zweite Bildpunkt auf derselben. $F_1' F_1 F_1''$ und $F_2' F_2 F_2''$ sind die sogenannten Brennlinien des Bündels, durch welche alle Strahlen hindurchgehen und welche sowohl



zur Bündelaxe als aufeinander senkrecht stehen. Um sich von der Form dieses Bündels Rechenschaft zu geben, untersucht man gewöhnlich axensenkrechte Schnitte an verschiedenen Stellen.[1])

Diese Deformation eines gewöhnlichen Bündels ist zuerst von STURM[2]) näher bestimmt worden und dann später in zahlreichen, die geometrische Optik betreffenden Arbeiten discutirt worden. Unter der Voraussetzung einfach brechender Medien können wir jeden Strahl als Wellennormale auffassen. Das Bündel selbst bildet dann ein System von solchen Wellennormalen und die zugehörige Orthogonalfläche bildet die Welle

---

1) Vgl. z. B. S. CZAPSKI, „Theorie der optischen Instrumente“ p. 20. Breslau 1893.

2) STURM, Journal de Liouville 3. 1838.

selbst oder doch ein Stück derselben, welches geführt von diesen Normalen vorwärts eilt und dabei Grösse und Krümmung beständig ändert. Wir betrachten also nicht Querschnitte, sondern Stücke von Wellenflächen, wodurch wir im stande sind, auch den Begriff der „Krümmung" in die Betrachtung hineinzuziehen, was bisher wohl noch nicht geschehen ist. Sei P etwa der Punkt, in welchem die Axe aus einem brechenden Medium austritt und seien $M'PM''$ und $N'PN''$ die Bogenelemente der beiden Hauptkrümmungslinien der Wellenfläche in diesem Punkte, die ja bekanntlich im allgemeinen aufeinander senkrecht stehen. Ferner denken wir uns durch die benachbarten Punkte M', M'', N', N'' die Bogenelemente der zugehörigen Krümmungslinien gelegt. Um dann überhaupt das Sturm'sche Bündel als allgemeingültig anzunehmen, müssen wir uns mit der angenäherten Annahme begnügen:

$$QR \text{ parallel } ST \quad \text{und} \quad RT \text{ parallel } QS.$$

Sei nun das Wellenstück bis zu dem Punkte F vorgedrungen, der zwischen den Brennpunkten F_1 und F_2, d. h. innerhalb der „astigmatischen Differenz"

$$F_1 F_2 = 2\Delta$$

sich irgendwo befindet, dann ist ersichtlich, dass die Mittelpunkte der ersten und zweiten Krümmung dieses Wellenstückes sich in F_1 und F_2 befinden, also entgegengesetzte Richtung haben. Das Wellenstück ist also „sattelförmig" gekrümmt. Liegt der Punkt F dagegen ausserhalb der astigmatischen Differenz, so sind die beiden Hauptkrümmungen gleichgerichtet. Das betrachtete Bündel sei nun charakterisirt durch die Grösse 2Δ der astigmatischen Differenz und durch die Hauptstrahlungswinkel:

$$M' F_1 M'' = \varphi_1 \quad \text{und} \quad N' F_2 N'' = \varphi_2 .$$

Bezeichnet man ferner die Bogenelemente der beiden Hauptkrümmungen des Wellenstückes bei F mit d_1 und d_2 und die Länge der Hauptkrümmungsradien selbst r_1 und r_2, sodass also $F_1 F = r_1$ und $F_2 F = r_2$ ist, so hat man:

$$d_1 = \varphi_1 r_1 ,$$
$$d_2 = \varphi_2 r_2 ,$$
$$r_1 + r_2 = 2\Delta .$$

Dann ist der Flächeninhalt λ des Wellenstückes bei F gegeben durch:

$$\lambda = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot r_1 \cdot r_2 = \varphi_1 \cdot \varphi_2 r_1 (2 \varDelta - r_1). \tag{1}$$

Das Krümmungsmaass k der Fläche ist:

$$k = \frac{1}{r_1 r_2} = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\lambda}. \tag{2}$$

Suchen wir den Punkt F, für den das Wellenstück die kleinste Krümmung hat, so muss λ ein Maximum sein. Dies geschieht nach Gleichung (1), wenn $r_1 = r_2 = \frac{\varDelta}{2}$ ist.

Den so charakterisirten Punkt, der in der Mitte zwischen F_1 und F_2 liegt, nennen wir den „Pol" des Bündels. Bei ihm hat das Wellenstück die kleinste Krümmung und die grösste Fläche. Ausserdem teilt er das ganze Bündel in zwei Teile, von denen der eine convergentes, der andere divergentes Licht enthält, d. h. im ersten Falle geht das Bündel zu kleineren, im anderen zu grösseren Querschnitten über. Seine Lage ist ferner unabhängig von den Winkeln φ_1 und φ_2, d. h. von der Oeffnung des Bündels.

Bisher hatte man der Stelle sogenannter „kleinster Verwirrung" besondere Beachtung geschenkt. Diese ist dadurch charakterisirt, dass für sie $d_1 = d_2$, also

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \quad \text{und} \quad r_1 + r_2 = 2 \varDelta$$

ist; ihre Lage ist von den Oeffnungswinkeln φ_1 und φ_2 abhängig.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des Poles folgt aus der nachstehenden Betrachtung.

Geht von einem Flächenelement dq eine Strahlung unter einem Emanationswinkel α und zwar durch einen Raumwinkel $d\omega$ aus, so nimmt man im allgemeinen an, dass die ausgestrahlte Lichtmenge dE ist:

$$dE = c \,.\, dq f(\alpha) d\omega, \tag{3}$$

wo c eine Constante und $f(\alpha)$ eine Function von α bedeutet, die für eine gegebene Bündelrichtung auch als constant aufzufassen ist. Diese Lichtmenge wird nun längs des Bündels transportirt und wird sich auch, nachdem dieses astigmatisch deformirt ist, in den verschiedenen Querschnitten, bez. auf den Wellenflächenstücken wiederfinden. Um die Intensität im

astigmatischen Bündel an einer bestimmten Stelle zu bestimmen, müssen wir dE durch den Querschnitt λ dieser Stelle dividiren. Wir wollen dieses für zwei Stellen thun mit den Querschnitten λ_0 und λ. Dann wird

$$J_0 = \frac{dE}{\lambda_0} \quad \text{und} \quad J = \frac{dE}{\lambda},$$

woraus

$$J = J_0 \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda} \tag{4}$$

folgt.

Die durch λ_0 charakterisirte Stelle des Bündels habe vom Pol die Entfernung $\sqrt{\Delta^2 + 1}$; ihre Krümmungsradien sind also:

$$\sqrt{\Delta^2 + 1} + \Delta \quad \text{und} \quad \sqrt{\Delta^2 + 1} - \Delta.$$

Ihre Fläche ist also nach (1):

$$\lambda_0 = \varphi_1 \varphi_2 .$$

Die durch λ charakterisirte Stelle habe vom Pol die Entfernung r; ihre Krümmungsradien sind also $r + \Delta$ und $r - \Delta$, und ihr Inhalt $\lambda = (r^2 - \Delta^2) \varphi_1 \varphi_2$. Demnach wird (4):

$$J = \frac{J_0}{r^2 - \Delta^2} . \tag{5}$$

Wird $\Delta = 0$, geht das Bündel also in ein gewöhnliches „Kegelbündel“ über, so ist in Gleichung (5) die bekannte Thatsache dargestellt, dass die Intensität des Lichtes mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt. Ferner sieht man, dass in jedem Bündel die Lichtabnahme nach diesem Gesetz erfolgt, wenn r sehr gross gegen Δ ist; der Pol ist dabei als Convergenzpunkt des Bündels aufzufassen.

Es wird sich empfehlen, bei Intensitätsberechnungen Formel (5) in den Fällen zu Grunde zu legen, wo man die Existenz astigmatischer Deformationen annehmen muss, ohne jedoch ihre Grösse beurteilen zu können. In diesen Fällen kann man für eine gegebene Bündelrichtung Δ als eine Constante auffassen, die sich zugleich mit J_0 durch Messung der Grösse J für verschiedene r auf indirectem Wege bestimmen lässt. Solche Fälle können bei unvollkommen reflectirenden Oberflächen eintreten, insbesondere auch bei Helligkeitsmessungen der Planeten, deren Licht schon infolge des Einflusses der eigenen Atmosphäre astigmatisch ist.

Mitgliederliste
der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Im Jahre 1900 verlor die Gesellschaft durch Tod:

Prof. Dr. E. B. Christoffel, Prof. Dr. R. Hoppe, Prof. Dr. G. Karsten, Prof. Dr. E. Ketteler, Prof. Dr. A. Oberbeck.

Am Ende des Jahres 1900 waren Mitglieder der Gesellschaft:

A. Berliner Mitglieder.

1. Herr Dr. M. Altschul*), N., Brunnenstrasse 109.
2. „ F. S. Archenhold, Treptow, Sternwarte.
3. „ Prof. Dr. H. Aron, W., Lichtensteinallee 3a.
4. „ Dr. L. Arons, SW., Königgrätzerstrasse 109.
5. „ Dr. E. Aschkinass, W., Kurfürstendamm 22.
6. „ Prof. Dr. R. Assmann, Reinickendorf W., Scharnweberstr. 15a.
7. „ O. Baschin, W., Schinkelplatz 6.
8. „ Frhr. v. Beaulieu, Charlottenburg, Joachimsthalerstrasse 6.
9. „ Dr. U. Behn, NW., Reichstagsufer 7/8.
10. „ Dr. W. Bein, W., Emserstrasse 25.
11. „ Dr. G. Benischke, Pankow, Parkstrasse 8.
12. „ Prof. Dr. P. Benoit, W., Neue Winterfeldstrasse 54.
13. „ A. Berberich, SW., Lindenstrasse 91.
14. „ Prof. Dr. W. v. Bezold, W., Lützowstrasse 72.
15. „ Prof. Dr. E. Blasius, Charlottenburg, Knesebeckstrasse 96.
16. „ A. Blümel, SO., Melchiorstrasse 22.
17. „ H. Boas, SW., Dessauerstrasse 38.
18. „ Prof. Dr. H. du Bois, NW., Schiffbauerdamm 21.
19. „ A. du Bois-Reymond, NW., Schiffbauerdamm 29a.
20. „ Prof. Dr. R. Börnstein, Wilmersdorf, Landhausstrasse 10.
21. „ Prof. Dr. H. Böttger, NW. Lessingstrasse 10.
22. „ Dr. F. Bremer, NW., Schleswiger Ufer 16.
23. „ Dr. W. Brix, Steglitz, Hohenzollernstrasse 1.

---

*) Berlin ist in dem Verzeichniss weggelassen.

24. Herr Prof. Dr. E. Brodhun, Grunewald, Hubertusbaderstr. 22.
25. „ Dr. C. Brodmann, NW., Paulstrasse 13.
26. „ Prof. Dr. E. Budde, NW., Alt-Moabit 89.
27. „ Dr. F. Caspary, W., Joachimsthalerstrasse 43.
28. „ W. B. v. Czudnochowski, W., Klopstockstrasse 58.
29. „ Dr. R. Defregger, W., Bayreutherstrasse 7.
30. „ Dr. Denizot, Charlottenburg, Charlottenburger-Ufer 9.
31. „ Dr. H. Diesselhorst, Charlottenburg, Phys.-Techn. Reichsanstalt.
32. „ Dr. W. Dittenberger, Charlottenburg, Phys.-Techn. Reichsanstalt.
33. „ Dr. F. Dolezalek, Charlottenburg, Cauerstrasse 34.
34. „ Dr. B. Donath, Charlottenburg, Stuttgarterplatz 16.
35. „ Prof. Dr. E. v. Drygalski, W., Kurfürstenstrasse 40.
36. „ Dr. A. Ebeling, W., Würzburgerstrasse 20.
37. „ Prof. Dr. Th. W. Engelmann, NW., Neue Wilhelmstrasse 15.
38. „ F. Ernecke, SW., Königgrätzerstrasse 112.
39. „ Dr. C. Färber, S., Fichtestrasse 30.
40. „ Prof. Dr. K. Feussner, Charlottenburg, Leibnizstrasse 1.
41. „ Prof. Dr. R. Finkener, W., Schaperstrasse 18.
42. „ Reg.-Rat Dr. A. Franke, W., Lützowstrasse 71.
43. „ Dr. A. Franke, SW., Hagelsbergerstrasse 23.
44. „ Dr. F. Frankenhäuser, Friedenau, Hauffstrasse 13.
45. „ J. Friedländer, W., Regentenstrasse 8.
46. „ Dr. G. Freund, NW., Unter den Linden 69.
47. „ Prof. Dr. O. Frölich, Charlottenburg, Grolmannstrasse 68.
48. „ Prof. Dr. L. Fuchs, W., Rankestrasse 14.
49. „ R. Fuess, Steglitz, Düntherstrasse 7/8.
50. „ Dr. H. Gerstmann, W., Knesebeckstrasse 70/71.
51. „ Dr. W. Giese, W., Bülowstrasse 80.
52. „ Dr. A. Gleichen, S., Hasenheide 93.
53. „ Prof. Dr. E. Goldstein, W., Motzstrasse 66.
54. „ Dr. Th. Gross, Westend, Elisabethstrasse.
55. „ Prof. Dr. L. Grunmach, W., Wormserstrasse 6a.
56. „ Dr. E. Grüneisen, Charlottenburg, Kantstrasse 148.
57. „ Prof. Dr. E. Gumlich, Charlottenburg, Schlüterstrasse 71.
58. „ Prof. Dr. P. Güssfeldt, NW., Beethovenstrasse 1.
59. „ W. Hänsch, S., Prinzenstrasse 71.
60. „ Dr. E. Häntzschel, W., Gleditschstrasse 43.
61. „ Prof. Dr. E. Hagen, Charlottenburg, Siemensstrasse 7.
62. „ H. Hahn, Grunewald, Bismarckallee 24.
63. „ G. Hansemann, W., Maassenstrasse 29.
64. „ Prof. Dr. G. Hauck, W., Bülowstrasse 6.
65. „ Dr. F. v. Hefner-Alteneck, W., Hildebrandstrasse 9.
66. „ P. Heitchen, Charlottenburg, Bismarckstrasse 77.
67. „ Prof. Dr. G. Hellmann, W., Margarethenstrasse 2/3.
68. „ Prof. Dr. R. Heyne, W., Zietenstrasse 3.

69. Herr Prof. Dr. J. Hirschwald, Grunewald, Kunz Buntschuhstr. 16.
70. „ Prof. J. H. van't Hoff, Charlottenburg, Uhlandstrasse 2.
71. „ F. Hoffmann, W., Potsdamerstrasse 9.
72. „ Dr. H. Hohnhorst, SW., Bellealliancestrasse 80.
73. „ Prof. Dr. L. Holborn, Charlottenburg, Schlossstrasse 3.
74. „ Dr. K. Hollefreund, S., Alexandrinenstrasse 36.
75. „ Dr. W. Howe, Westend, Kastanienallee 4.
76. „ M. Iklé, W., Genthinerstrasse 27.
77. „ Prof. Dr. W. Jaeger, Friedenau, Handjerystrasse 90.
78. „ Dr. E. Jahnke, Wilmersdorf, Pariserstrasse 55.
79. „ Reg.-Rat Dr. K. Kahle, Westend, Akazienallee 20.
80. „ Prof. Dr. S. Kalischer, W., Ansbacherstrasse 14.
81. „ Prof. G. Kiesel, O., Langestrasse 31.
82. „ O. Kiewel, W., Schinkelplatz 6.
83. „ Prof. Dr. A. König, NW., Flemmingstrasse 1.
84. „ Dr. A. Köpsel, Charlottenburg, Grolmannstrasse 15.
85. „ Prof. Dr. F. Kötter, S., Annenstrasse 1.
86. „ Prof. Dr. M. Koppe, O., Königsbergerstrasse 16.
87. „ Prof. Dr. F. Kohlrausch, Charlottenburg, Marchstrasse 25 B.
88. „ Prof. Dr. G. Krech, S., Brandenburgstrasse 43.
89. „ Prof. Dr. V. Kremser, NW., Spenerstrasse 34.
90 „ Prof. Dr. O. Krigar-Menzel, W., Siegismundstrasse 3.
91. „ Prof. Dr. F. Kurlbaum, Charlottenburg, Kantstrasse 138.
92. „ Prof. Dr. E. Lampe, W., Kurfürstenstrasse 139.
93. „ Prof. Dr. H. Landolt, NW., Albrechtstrasse 14.
94. „ Prof. Dr. J. Lange, NO., Elisabethstrasse 57/58.
95. „ Dr. E. Less, NW., Bachstrasse 11.
96. „ Dr. L. Levy, W., Blumenthalstrasse 17.
97. „ C. Liebenow, W., Fasanenstasse 51.
98. „ Prof. Dr. O. Liebreich, NW., Neustädtische Kirchstrasse 9.
99. „ Prof. Dr. St. Lindeck, Charlottenburg, Goethestrasse 77.
100. „ Dr. A. Lindemann, NW., Gerhardstrasse 7.
101. „ Prof. Dr. E. Loew, SW., Grossbeerenstrasse 1.
102. „ Prof. Dr. O. Lummer, Charlottenburg, Friedrich-Karlplatz 14.
103. „ Dr. F. F. Martens, S., Urbanstrasse 178.
104. „ Capitän z. See a. D. Mensing, W., Kurfürstenstrasse 99.
105. „ Dr. C. Michaelis, Potsdam, Schützenplatz 1c.
106. „ Ministerialdirector a. D. Dr. P. Micke, W., Kleiststrasse 15.
107. „ Dr. R. Müller, SW., Blücherstrasse 35.
108. „ Prof. Dr. H. Munk, W., Matthäikirchstrasse 4.
109. „ Dr. R. Nahrwold, S., Bockstrasse 9/10.
110. „ Prof. Dr. F. Neesen, W., Ansbacherstrasse 31.
111. Frl. Dr. Elsa Neumann, W., Potsdamerstrasse 10.
112. Herr Prof. Dr. A. Paalzow, W., Wilhelmstrasse 50.
113. „ Prof. Dr. M. Planck, W., Achenbachstrasse 1.

114. Herr Prof. Dr. F. Poske, SW., Halleschestrasse 21.
115. „ Prof. Dr. E. Pringsheim, NW., Flensburgerstrasse 14.
116. „ Prof. Dr. A. Raps, SW., Yorkstrasse 66.
117. „ Prof. Dr. O. Reichel Charlottenburg, Bismarckstrasse 126.
118. „ Dr. L. Rellstab, W., Grossgörschenstrasse 6.
119. „ Dr. E. Richter, Charlottenburg, Knesebeckstrasse 90.
120. „ Dr. H. Rohrbeck, NW., Karlstrasse 24.
121. „ Prof Dr. O. Rosenbach, W., Victoriastrasse 20.
122. „ Prof. Dr. H. Rubens, W., Knesebeckstrasse 29.
123. „ Prof. Dr. Fr. Rüdorff, Charlottenburg, Marchstrasse 7c.
124. „ Dr. K. Scheel, Wilmersdorf, Güntzelstrasse 43.
125. „ Dr. R. Schelske, NW., Beethovenstrasse 3.
126. „ Dr. E. Schenck, Charlottenburg, Kantstrasse 27.
127. „ Prof. M. Schlegel, W., Bellevuestrasse 15.
128. „ Prof. Dr. Erich Schmidt, W., Pariserstrasse 9.
129. „ Prof. Dr. J. Scholz, NW., Klopstockstrasse 1.
130. „ Prof. Dr. P. Scholz, Steglitz, Fichtestrasse 34.
131. „ Dr. R. Scholz, Charlottenburg, Kantstrasse 147.
132. „ Dr. O. Schönrock, NW., Jagowstrasse 10.
133. „ Prof. F. Schotte, SW., Grossbeerenstrasse 27a.
134. „ Prof. Dr. B. Schwalbe, NW., Georgenstrasse 30/31.
135. „ Dr. G. Schwalbe, NW., Wilhelmshavenerstrasse 41.
136. „ Reg.-R. a. D. R. Seebold, Charlottenburg, Fasanenstrasse 13.
137. „ Frhr. v. Seherr-Thoss, W., Hohenzollernstrasse 11.
138. „ Prof. Dr. G. Sieben, Gross-Lichterfelde, Sternstrasse 9.
139. „ Prof. Dr. A. Siebert, Gross-Lichterfelde, Bellevuestrasse 30.
140. „ Hauptmann v. Sigsfeld, Schöneberg, Herbertstrasse 2.
141. „ Wilh. v. Siemens, W., Thiergartenstrasse 10.
142. „ Dr. S. Simon, Charlottenburg, Spreestrasse 43.
143. „ Prof. Dr. W. Sklarek, W., Landgrafenstrasse 7.
144. „ Prof. Dr. A. Slaby, Charlottenburg, Sophienstrasse 4.
145. „ Dr. P. Spies, Potsdam, Militärwaisenhaus.
146. „ Dr. H. Starke, NW., Reichstagsufer 7/8.
147. „ Prof. Dr. K. Strecker, W., Keithstrasse 20.
148. „ Prof. Dr. M. Thiesen, Friedrichshagen, Ahorn-Allee 10.
149. „ Prof. H. Thurein, N., Chausseestrasse 40.
150. „ Dr. Fr. Vettin, SW., Bernburgerstrasse 24.
151. „ Prof. Dr. R. Virchow, W., Schellingstrasse 10.
152. „ Prof. Dr. E. Warburg, NW., Neue Wilhelmstrasse 16.
153. „ Reg.-Rat Dr. C. L. Weber, SW., Yorkstrasse 19.
154. „ Prof. Dr. W. Wedding, Gross-Lichterfelde, Wilhelmstrasse 2.
155. „ Prof. Dr. B. Weinstein, Charlottenburg, Kantstrasse 148.
156. „ Dr. K. von Wesendonck, W., Wilhelmstrasse 66.
157. „ J. West, SW., Hallesche Strasse 20.
158. „ Prof. Dr. H. F. Wiebe, Charlottenburg, Goethestrasse 87.

159. Herr Prof. Dr. W. Wolff, Charlottenburg, Uhlandstrasse 193.
160. „ Dr. B. A. Woringer, Grunewald, Hagenstrasse 3.
161. „ R. Wurtzel, NW., Philippstrasse 6.
162. Versuchsabteilung der Verkehrstruppen, W., Wilhelmstrasse 101.

B. Auswärtige Mitglieder.

163. Herr Prof. Dr. R. Abegg, Breslau, Kaiser Wilhelmstrasse 70.
164. „ M. Abramczyk, Strassburg i. E., Physik. Institut.
165. „ Dr. M. Abraham, Göttingen, Nicolausbergerweg 17.
166. „ Prof. Dr. K. Ångström, Upsala.
167. „ Dr. R. Apt, Köln-Ehrenfeld, Gesellschaft „Helios".
168. „ Dr. E. van Aubel, Gent, chaussée de Courtrai 136.
169. „ Prof. Dr. F. Auerbach, Jena.
170. „ Dr. O. Berg, Freiburg i/B., Physik. Institut.
171. „ Dr. G. Berthold, Ronsdorf.
172. „ Dr. F. Bidlingmaier, Potsdam, Meteor.-Magn. Observatorium.
173. „ Prof. Dr. L. Boltzmann, Leipzig, Leplaystrasse 9
174. „ Prof. Dr. F. Braun, Strassburg i. E., Physik. Institut.
175. „ Prof. Dr. H. Bruns, Leipzig, Stephanstrasse 3.
176. „ Prof. Dr. F. Burckhardt, Basel.
177. „ Prof. Dr. O. Chwolson, St. Petersburg, W. O. 8. Linie 19.
178. „ Dr. A. Coehn, Göttingen, Obere Karspüle 16a.
179. „ Dr. S. Czapski, Jena.
180. „ Dr. A. Dahms, Leipzig, Thalstrasse 35.
181. „ Dr. A. Day, Washington, Harvardstreet 1358.
182. „ Prof. Dr. C. Dieterici, Hannover, Techn. Hochschule.
183. „ Prof. Dr. E. Dorn, Halle a. S., Paradeplatz 7.
184. „ Prof. Dr. P. Drude, Giessen, Nahrungsberg 8.
185. „ Prof. H. Dufour, Lausanne, Universität.
186. „ Prof. Dr. H. Ebert, München, Techn. Hochschule.
187. „ Dr. J. Edler, Potsdam, Leipzigerstrasse 9a.
188. „ Prof. Dr. J. Elster, Wolfenbüttel, Lessingstrasse 7.
189. „ Dr. R. Emden, München, Techn. Hochschule.
190. „ Prof. Dr. M. Eschenhagen, Potsdam, Meteor.-Magn. Observ.
191. „ Dr. Felgenträger, Potsdam.
192. „ Dr. K. Fischer, München, Theresienstrasse 43.
193. „ Prof. Dr. C. Fromme, Giessen.
194. „ Prof. Dr. J. Gad, Prag.
195. „ Dr. A. Galle, Potsdam, Geodät. Institut.
196. „ Prof. H. Geitel, Wolfenbüttel.
197. „ Dr. J. Ritter von Geitler, Prag, II, 1594 Physik. Institut.
198. „ Prof. Dr. D. Goldhammer, Kasan.
199. „ Prof. Dr. L. Grätz, München, Arcisstrasse 8.
200. „ Prof. Dr. O. Grotrian, Aachen, Theresienstrasse 13.

201. Herr Prof. Dr. G. Gruss, Weinberge bei Prag.
202. „ Dr. S. Guggenheimer, Nürnberg, Kaiserstrasse 23.
203. „ Prof. Dr. S. Günther, München, Akademiestrasse 5.
204. „ Director L. Hacker, Brandenburg a/H.
205. „ Dr. A. Hagenbach, Bonn, Physik. Institut.
206. „ Prof. Dr. E. Hagenbach-Bischoff, Basel.
207. „ Prof. Dr. W. Hallwachs, Dresden-Altstadt, Münchenerstr. 2.
208. „ Prof. Dr. Hermann Hammerl, Innsbruck.
209. „ H. Hauswaldt, Magdeburg-Neustadt.
210. „ Dr. Hecker, Potsdam, Geodät. Institut.
211. „ Prof. Dr. A. Heydweiller, Breslau, Moritzstrasse 7.
212. „ Prof. Dr. F. Himstedt, Freiburg i. B., Goethestrasse 8.
213. „ Dr. A. W. Hoffmann, Köln-Ehrenfeld, Gesellschaft „Helios“
214. „ Prof. Dr. D. Hurmuzescu, Jassy.
215. „ Prof. Dr. Georg W. A. Kahlbaum, Basel
216. „ Dr. W. Kaufmann, Göttingen, Physik. Institut.
217. „ Prof. Dr. H. Kayser, Bonn.
218. „ Prof. Dr. J. Kiessling, Hamburg.
219. „ Prof. Dr. L. v. Klecki, Krakau, Karmelickastrasse 44.
220. „ Prof. Dr. F. Klein, Göttingen.
221. „ Dr. O. Knoblauch, Leipzig, Kaiser-Wilhelmstrasse 51.
222. „ Prof. Dr. K. R. Koch, Stuttgar, Techn. Hochschule.
223. „ Prof. Dr. W. Kohlrausch, Hannover, Techn. Hochschule.
224. „ Prof. Dr. W. König, Greifswald, Physik. Institut.
225. „ Dr. J. Königsberger, Freiburg i. B., Physik. Institut.
226. „ Dr. A. Korn, München, Hohenzollernstrasse 1a.
227. „ Prof. Dr. H. Kronecker, Bern.
228. „ Dr. H. Krüss, Hamburg, Adolfsbrücke 7.
229. „ Dr. Kühnen, Potsdam, Geodät. Institut.
230. „ Prof. Dr. V. von Lang, Wien, IX. Türkenstrasse 3.
231. „ Prof. Dr. E. Lecher, Prag II 1594, Physik. Institut.
232. „ Prof. Dr. O. Lehmann, Karlsruhe, Techn. Hochschule.
233. „ Prof. Dr. Th. Liebisch, Göttingen, Wilhelm-Weberstr. 17.
234. „ Prof. Dr. C. Linde, Thalkirchen bei München.
235. „ Prof. Dr. H. A. Lorentz, Leiden.
236. „ Dr. Lüdeling, Potsdam, Meteor.-Magn. Observatorium.
237. „ Dr. R. Luyken, Potsdam, Französischestrasse 1.
238. „ Prof. Dr. K. Mack, Hohenheim bei Stuttgart.
239. „ Dr. A. Mahlke, Magdeburg, Arndtstrasse 39.
240. „ Dr. M. Maier, Schautling bei Deggendorf.
241. „ Dr. E. Marx, Frankfurt a. M., Parkstrasse 38.
242. „ A. Meiner, Leipzig, Rossplatz 17.
243. „ Dr. G. Melander, Helsingfors.
244. „ Dr. Ernst Meyer, Breslau, Vorwerk 10.
245. „ Prof. Dr. G. Meyer, Freiburg i. B., Dreisamstrasse 3.

246. Herr Prof. Dr. O. E. Meyer, Breslau, Göppertstrasse 1.
247. „ Dr. W. Meyer, Meran, Villa Erica.
248. „ Prof. Dr. G. Mie, Karlsruhe, Techn. Hochschule.
249. „ Dr. James Moser, Wien VIII/1 Laudongasse 25.
250. „ Prof. Dr. A. Müttrich, Eberswalde.
251. „ Prof. Dr. W. Nernst Göttingen, Herzberger Chaussee 13.
252. „ Prof. Dr. C. Neumann, Leipzig, Querstrasse 10/12.
253. „ Dr. A. Nippoldt, Potsdam, Meteorol.-Magnet. Observatorium.
254. „ Prof. Dr. A. v. Oettingen, Leipzig, Mozartstrasse 1.
255. „ Prof. Dr. W. Ostwald, Leipzig, Linnéstrasse 3.
256. „ Prof. Dr. J. Pernet, Zürich-Hottingen, Hofstrasse 84.
257. „ Prof. Dr. L. Pfaundler, Graz.
258. „ Dr. A. Pflüger, Bonn, Physik. Institut.
259. „ Prof. Dr. R. Pictet, Adr. in Berlin, W., Bendlerstrasse 14.
260. „ E. Prümm, Braunschweig, Physik. Institut.
261. „ Prof. Dr. C. Pulfrich, Jena.
262. „ Dr. K. Prytz, Kopenhagen, Falkoneergaardsvej 12.
263. „ Prof. Dr. G. Quincke, Heidelberg, Friedrichsbau.
264. „ Prof. Dr. G. Recknagel, Augsburg.
265. „ Dr. W. Reiss, Schloss Könitz (Thüringen).
266. „ Ingenieur Renisch, Essen a. Ruhr.
267. „ Prof. Dr. F. Richarz, Greifswald.
268. „ Prof. Dr. E. Riecke, Göttingen.
269. „ Dr. R. Ritter, München.
270. „ Prof. Dr. W. Röntgen, München, Aeussere Prinzregentenstr.
271. „ Dr. M. v. Rohr, Jena, Wagnergasse 11.
272. „ Prof. Dr. J. Rosenthal, Erlangen.
273. „ Prof. Dr. R. Rühlmann, Doebeln i. Sachsen.
274. „ Prof. Dr. C. Runge, Hannover, Techn. Hochschule.
275. „ Prof. Dr. J. Scheiner, Potsdam, Astrophysikal. Observatorium.
276. „ Dr. R. Schenck, Marburg i. H., Universitätsstrasse.
277. „ Prof. Dr. K. Schering, Darmstadt, Grünerweg 10.
278. „ Dr. A. Schmidt, Gotha, Herrnwiesenweg.
279. „ Prof. Dr. Schubert, Eberswalde, Forstakademie.
280. „ Dr. A. Schulze, Heidelberg, Rohrbachstrasse 20.
281. „ Dr. H. Siedentopf, Jena, Oberer Löbdergraben 11.
282. „ Prof. Dr. P. Silow, Warschau, Universität.
283. „ Prof. Dr. A. Sprung, Potsdam, Meteorol.-Magnet. Observ.
284. „ Dr. W. Starck, Greifswald, Physik. Institut.
285. „ Dr. Joh. Stark, Göttingen, Herzberger Chaussee 19.
286. „ Dr. R. Straubel, Jena, Beethovenstrasse 2.
287. „ Prof. Dr. V. Strouhal, Prag, Clementinum.
288. „ Dr. R. Süring, Potsdam, Meteorol.-Magnet. Observatorium.
289. „ B. Tepelmann, Braunschweig, vor der Burg 18.
290. „ S. Tereschin, Petersburg, Nicolaewskaya 40.

291. Herr Prof. Dr. W. von Uljanin, Kasan.
292. „ Dr. Usener, Kiel, Feldstrasse 26.
293. „ Dr. Veillon, Basel, Physik. Institut.
294. „ Prof. Dr. H. C. Vogel, Potsdam, Astrophysik. Observat.
295. „ Prof. Dr. W. Voigt, Göttingen.
296. „ Prof. Dr. P. Volkmann, Königsberg i. Pr. Tragheim, Kirchenstr. 11.
297. „ Prof. Dr. A. Voller, Hamburg, Physik. Staatslaboratorium.
298. „ Prof. Dr. R. Wachsmuth, Rostock, Prinzenstrasse 4.
299. „ Prof. Dr. H. Weber, Braunschweig, Techn. Hochschule.
300. „ Prof. Dr. H. F. Weber, Zürich, Techn. Hochschule.
301. „ Prof. Dr. L. Weber, Kiel, Physik. Institut.
302. „ Dr. A. Wehnelt, Erlangen, Luitpoldstrasse 6.
303. „ Prof. Dr. E. Wiechert, Göttingen.
304. „ Prof. Dr. O. Wiedeburg, Leipzig, Leplaystrasse 7
305. „ Prof. Dr. E. Wiedemann, Erlangen.
306. „ Prof. Dr. M. Wien, Aachen, Techn. Hochschule.
307. „ Prof. Dr. W. Wien, Würzburg, Physik. Institut.
308. „ Prof. Dr. O. Wiener, Leipzig, Thalstrasse 35.
309. „ Prof. Dr. J. Wilsing, Potsdam, Astrophysikal. Observatorium.
310. „ Prof. Dr. A. Winkelmann, Jena.
311. „ Dr. Wright, München, Giselastrasse 28.
312. „ Prof. Dr. A. Wüllner, Aachen, Techn. Hochschule.
313. „ Prof. Dr. W. v. Zahn, Leipzig-Plagwitz, Carl-Heinestrasse 33.
314. „ Dr. Ziegler, Dresden, Techn. Hochschule.
315. Die mathem.-physik. Sammlung des bayrischen Staates (Director: Prof. Dr. Groth in München).

---

316. Herr Prof. Dr. Adami, Bayreuth.
317. „ Prof. Dr. A. Brill, Tübingen.
318. „ Prof. Dr. W. Dietrich, Stuttgart.
319. „ Prof. Dr. P. Groth, München, Kaulbachstrasse 62.
320. „ Dr. B. Hecht, Königsberg i. Pr., Ziegelstrasse 12.
321. „ Prof. Dr. Hutt, Bernburg.
322. „ Dr. W. Müller-Erzbach, Bremen.
323. „ Prof. Dr. F. Pockels, Heidelberg.
324. „ Director Dr. F. Roth, Leipzig, Universitätsstrasse 26.
325. „ Dr. B. von Tietzen-Hennig, Posen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.



